

PUBLICAÇÃO ESPECIAL

Nº 05  
1991

ONDAS DISCRETAS DE ALFVÉN NA ATMOSFERA  
SOLAR

Carlos Augusto de Azevedo

Tese de Doutorado  
Rio de Janeiro, Agosto/91

CONSELHO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO  
CIENTÍFICO E TECNOLÓGICO  
OBSERVATÓRIO NACIONAL  
DEPARTAMENTO DE ASTRONOMIA

ONDAS DISCRETAS DE  
ALFVÉN  
NA ATMOSFERA SOLAR

RIO DE JANEIRO - 1991

TESE APRESENTADA PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM  
ASTROFÍSICA

por

**Carlos Augusto de Azevedo**

Orientador: Paulo Hiroshi Sakanaka

Orientador acadêmico: Jorge Ramiro de la Reza

## Agradecimentos

Ao meu amigo Professor Altair Souza de Assis por toda ajuda e orientação para poder realmente penetrar no âmago do mundo da produção científica.

Ao meu amigo Hisataki Shigueoka pela paciência, companhia e todo auxílio prestado na parte de computação.

Ao meu Orientador Professor Paulo Hiroshi Sakanaka pela confiança em mim depositada.

Ao Professor King Hay Tsui por sua amizade e pelos seus questionamentos sempre interessantes.

Ao Professor Abraham Chian-Long Chian por sua amizade e estímulo.

Ao Professor Jorge Ramiro de la Reza meu Orientador acadêmico por seu estímulo constante.

Ao Professor Armando Dias Tavares Jr. amigo das horas difíceis.

À Diomar por sua compreensão e apoio que viabilizaram a execução desta tese.

## Dedicatória

DEDICO ESTA TESE AOS MEUS FILHOS

ANÍBAL  
E  
HELENA

POIS OS FILHOS SÃO A CONTINUIDADE PARA O FUTURO.  
A NOSSA HERANÇA PARA A HUMANIDADE.  
A NOSSA RAZÃO DE LUTA E  
DE BUSCA DE DIAS MELHORES PARA TODOS.

# Conteúdo

Prefácio . . . . .	viii
<b>I INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
I.1 O Aquecimento da Cromosfera e da Coroa Solar . . . . .	1
I.1.1 O aquecimento por ondas acústicas . . . . .	4
I.1.2 Aquecimento por mecanismos magnéticos . . . . .	6
I.2 As Oscilações das Proeminências Arciformes . . . . .	7
I.3 Contribuição da Tese . . . . .	8
<b>II ATMOSFERA SOLAR</b>	<b>16</b>
II.1 Introdução . . . . .	16
II.1.1 A atmosfera superficial . . . . .	16
II.1.2 A coroa interna . . . . .	17
II.1.3 A coroa externa e o vento solar . . . . .	18
II.1.4 O vento solar e a interação com os planetas . . . . .	19
II.2 As Proeminências . . . . .	20
II.2.1 As proeminências arciformes quiescentes . . . . .	22
II.2.2 As proeminências ativas . . . . .	23
II.2.3 As oscilações das proeminências arciformes . . . . .	24
II.3 Os Arcos Coronais . . . . .	26
<b>III ONDAS DE ALFVÉN</b>	<b>37</b>
III.1 Introdução . . . . .	37

III.2 Teoria Magnetohidrodinâmica Ideal . . . . .	38
III.3 As Ondas MHD num Plasma Homogêneo, Infinito e sem Corrente de Equilíbrio . . . . .	40
III.3.1 A onda de Alfvén de cisalhamento . . . . .	41
III.3.2 A onda de Alfvén compressional . . . . .	42
III.4 Onda de Alfvén em Plasmas Infinitos Não Homogêneos e sem Cor- rente . . . . .	42
III.4.1 Mistura de fase e o modo de conversão . . . . .	44
III.5 Ondas Magnetohidrodinâmicas em Plasmas Cilíndricos . . . . .	46
III.6 Ondas de MHD em Plasmas Cilíndricos Não Homogêneos e com Corrente de Equilíbrio . . . . .	49
III.7 Solução das Ondas Discretas por Métodos Numéricos . . . . .	51
<b>IV ONDAS DISCRETAS DE ALFVÉN NAS PROEMINÊNCIAS SOLARES ARCIFORMES</b>	<b>60</b>
IV.1 Introdução . . . . .	60
IV.2 Trabalho Publicado I . . . . .	62
<b>V AQUECIMENTO DOS ARCOS CORONAIS POR ONDAS DISCRETAS DE ALFVÉN</b>	<b>72</b>
V.1 Introdução . . . . .	72
V.2 Trabalho Publicado II . . . . .	74
<b>VI CONCLUSÕES</b>	<b>82</b>

# Lista de Figuras

I.1	Temperatura na superfície solar em função do raio . . . . .	2
I.2	Logaritmo da temperatura em função da altura considerando em detalhe a região fotosfera-baixa da coroa . . . . .	11
I.3	Temperatura em função da altura considerando em detalhe a região de transição . . . . .	12
II.1	Definição da Fotosfera . . . . .	29
II.2	Visão artística em três dimensões representando o campo magnético do Sol difundido pelo espaço interplanetário . . . . .	30
II.3	Visão dos setores magnéticos do campo do Sol difundido pelo espaço interplanetário visto a partir do pólo . . . . .	31
II.4	Visão de como uma proeminência se estrutura em relação ao campo magnético . . . . .	32
II.5	Esboço para o Modelo de Sustentação da Proeminência pelo Campo Magnético . . . . .	33
II.6	Esboço da Proeminência com Campo Hélico . . . . .	34
III.1	Espectro de Frequências MHD para um Plasma Cilíndrico Difuso . . . . .	52
III.2	Esboço da Perturbação $\xi(x, \omega)$ , em função de $x$ , mostrando a descontinuidade da função . . . . .	53
III.3	Variação da frequência da onda discreta de Alfvén com a corrente . . . . .	54
III.4	Variação da frequência da onda discreta de Alfvén com a corrente com razão de aspecto $R_c = 5$ . . . . .	55

III.5	Variação da frequência da onda discreta de Alfvén com a corrente com razão de aspecto $R_c = 10$ . . . . .	56
III.6	Variação da frequência da onda discreta de Alfvén com a corrente com razão de aspecto $R_c = 20$ . . . . .	57

## Lista de Tabelas

I.1	Oscilação de proeminências arciformes de curto período . . . . .	8
I.2	Oscilação de proeminências de longo período . . . . .	8
II.1	Características de temperatura e densidade da coroa . . . . .	21
II.2	Nesta tabela vemos as características das proeminências: 2 L — comprimento; T — temperatura; M — densidade; B — campo magnético; t — tempo de vida . . . . .	24
II.3	Tipos de Arcos Coronais . . . . .	27

## Resumo

Nesta tese modelamos algumas estruturas magnéticas fechadas presentes no Sol (arcos coronais e proeminências arciformes) usando a teoria MHD ideal. Aproximamos as estruturas arciformes por cilindros de plasma portando corrente, de intensidade e perfil arbitrários, e  $\beta$  (razão entre a pressão cinética e magnética) qualquer. Resolvendo a relação de dispersão para ondas de pequena amplitude, analiticamente (de forma aproximada pela análise WKB) e a equação de modos cilíndricos, numericamente (usando o 'shooting method'), obtém-se as ondas discretas de Alfvén, que são um novo tipo de onda de Alfvén que está abaixo do contínuo. Os modos discretos de Alfvén aparecem quando consideramos uma corrente ao longo da coluna de plasma e/ou a frequência de cíclotron. Como se trata de automodos, esta onda não sofre os fortes efeitos dissipativos, tipo 'mistura de fase', como no caso da onda torcional que está dentro do contínuo, podendo assim explicar as oscilações observadas nas proeminências e nos arcos coronais. Foi ainda mostrado que esta onda também pode dissipar sua energia através de mecanismos colisionais (viscosidade) e não-colisionais, o que explicaria parcialmente o aquecimento da coroa e das proeminências arciformes.

## Abstract

We have modeled some closed magnetic structures of Sun (coronal loops and loop prominences) using the ideal MHD theory. We have approximated the loop structures by a current carrying plasma cylinder, with an arbitrary density and profile, and also an arbitrary  $\beta$  (ratio between kinetic to magnetic pressure). Solving analytically the dispersion relation for small amplitude waves, by using the WKB approximation, and solving numerically the eigenvalue equation for cylindrical modes, using the shooting method, we have obtained the *discrete Alfvén waves*. These are a new type of Alfvén waves which lie below the shear Alfvén continuum in the wave spectrum. These discrete modes appear when there are electric current along the plasma column or finite ion cyclotron frequency. Since these are eigenmodes, they do not suffer the strong dissipation, by phase-mixing process, as in shear Alfvén waves which are immersed in the Alfvén continuum. Thus we can explain the observed oscillations of loop prominences and coronal loops. Also we have shown that these waves also decay, dissipating its energy by collisional mechanisms (viscosity) and by non-collisional processes. This dissipation explains in part the coronal and loop prominences heating.

## Prefácio

Nesta tese foram estudados dois problemas: o problema do AQUECIMENTO CORONAL e o da OSCILAÇÃO DAS PROEMINÊNCIAS EM FORMA DE ARCO.

A geometria destes objetos conduz a uma estrutura semi-toroidal, que em uma primeira aproximação pode ser vista como um cilindro limitado, podendo ainda ser modelados por um cilindro infinito. O estudo de uma coluna de plasma cilíndrica através da teoria MHD nos leva a um espectro de ondas que podem aparecer no plasma, dentre estas ondas escolhemos a onda discreta de Alfvén.

Foi aplicado o modelo de ondas discretas de Alfvén para explicar uma parcela do aquecimento coronal e algumas das oscilações das proeminências arciformes.

A tese está dividida em seis capítulos: no primeiro é feita uma introdução à tese onde são expostos os problemas, descritos os modelos, e mencionada a contribuição deste trabalho. No segundo capítulo fazemos uma revisão sobre a atmosfera solar de forma a se localizar e parametrizar os objetos astrofísicos onde foi aplicada a teoria da onda discreta de Alfvén. No terceiro capítulo é feita uma revisão sobre a onda discreta de Alfvén, onde se procura esclarecer as semelhanças entre esta onda e as outras ondas de Alfvén. É enfatizado também os novos resultados obtidos para a relação de dispersão que foi obtida através da aproximação WKB e novos resultados numéricos para a Equação de Hain-Lüst onde são obtidos os autômodos  $\omega$  e as autofunções  $\bar{\xi}$  para quaisquer valores de  $\beta$  (razão entre a pressão cinética e a magnética), e da corrente (intensidade e perfil). No quarto capítulo é apresentado o modelo de oscilação de proeminência via onda discreta de Alfvén (Azevedo et al. (1990)), onde vemos como as autofrequências variam com a corrente ( $q_0$ ), com  $\beta$ , com o efeito da toroidicidade, com o perfil da corrente, com o perfil da densidade e com as condições de contorno (fronteira livre ou fixa). No quinto capítulo é apresentado o modelo para o aquecimento coronal utilizando-se as ondas discretas de Alfvén nos arcos coronais. Neste capítulo é usada a mesma técnica usada no

quarto capítulo para se obter as autofrequências, variando corrente e a razão de aspecto, tomando-se valores típicos dos arcos coronais. E uma vez de posse dos valores das autofrequências, são calculados todos os coeficientes de amortecimento possíveis para a onda discreta de Alfvén, encontrando-se resultados que têm boa concordância com os valores observacionais. No sexto capítulo apresentamos as nossas conclusões e possíveis trabalhos futuros.

# Capítulo I

## INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão apresentados os fenômenos do aquecimento cromosférico e coronal, e as oscilações das proeminências arciformes; os modelos que pretendem explicá-los; suas evidências observacionais, e a contribuição desta tese para a modelagem de tais fenômenos.

### I.1 O Aquecimento da Cromosfera e da Coroa Solar

A fusão termonuclear ocorre no centro do Sol onde a temperatura é estimada em ( $T = 1.5 \times 10^7 K$ ); à medida que se afasta do centro do Sol a temperatura vai diminuindo de forma que o mínimo, no final da fotosfera, é de  $4.3 \times 10^3 K$ . A partir deste ponto a temperatura aumenta com a distância até que na coroa ( $2R_{\odot}$ ) chega a  $2.0 \times 10^6 K$ . Daí em diante, a temperatura diminui lentamente com o aumento da distância [1] conforme é mostrado na figura I.1, onde se pode ver que a inversão da curva de temperatura é abrupta.

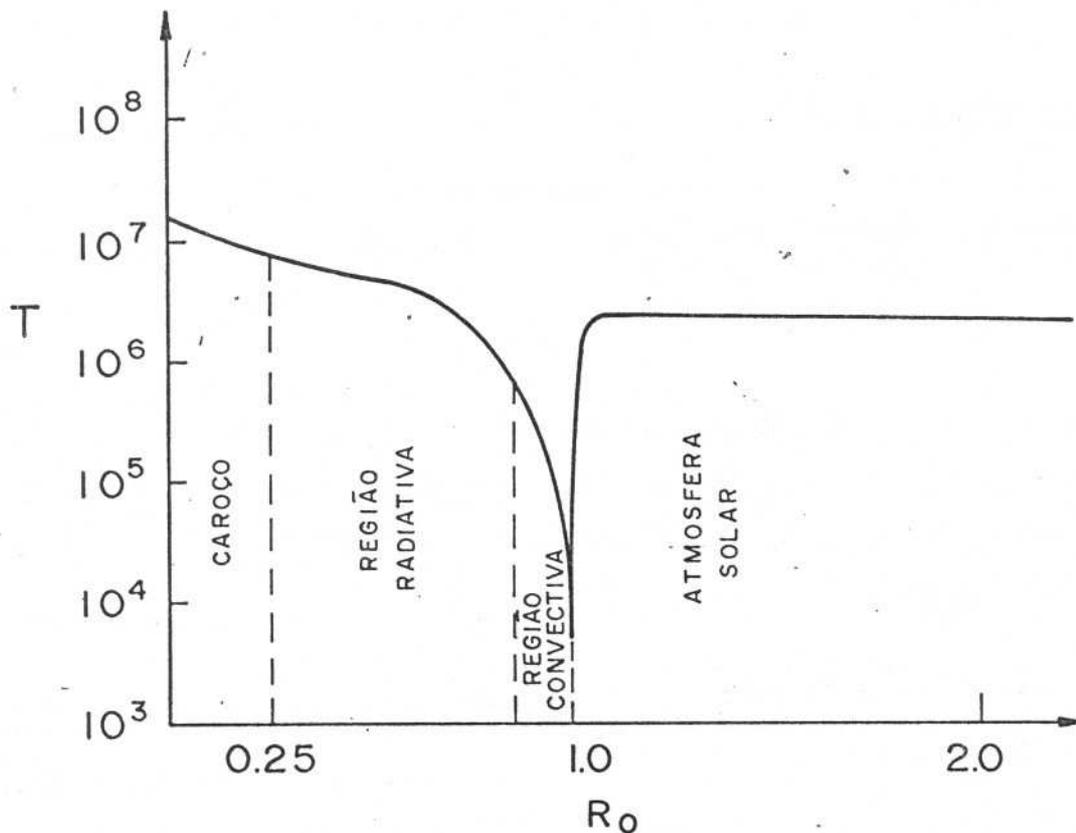


Figura I.1: Temperatura na superfície solar em função do raio

Durante o eclipse de 1868, Secchi detectou as linhas de um novo elemento, o Hélio, e no ano seguinte (1869) foi descoberta uma nova linha que foi atribuída a um novo elemento, o 'coronium'. Durante todos os eclipses posteriores continuou-se a detectar este 'novo elemento' na coroa solar; entretanto, como o 'coronium' só era detectado na coroa, o seu estudo era mais difícil pois só durante os eclipses podia-se detectá-lo. Porém, em 1927 Bowen [5] esclareceu que determinadas raias desconhecidas detectadas nas nebulosas eram emissões do Oxigênio ionizado. Em 1930 Lyot construiu o primeiro coronógrafo que permite a observação da coroa, independente da ocorrência de eclipses, trazendo um aprofundamento no estudo

do 'coronium'. Em 1941 Edlén [10] provou que o 'coronium' era a emissão do  $FeXIV$ , fato que foi usado para estabelecer a temperatura da coroa.

Muitas observações têm sido feitas em Terra e por satélites mostrando que, com algumas exceções, o fenômeno de aquecimento da cromosfera/coroa (c/c) é mais geral, sendo comum a um grande número de estrelas, indicando que estas têm camadas ou regiões em suas atmosferas externas nas quais a temperatura é muito mais alta do que na fotosfera. Estas camadas da 'c/c' são caracterizadas por uma grande perda de energia (as cromosferas perdem energia predominantemente por radiação e as coroas por condução, radiação e ventos estelares). Uma descrição teórica completa da estrutura térmica e dinâmica da atmosfera requer a especificação de mecanismos para depositar energia a uma taxa suficiente, de forma a suprir a perda observada devido à radiação e à ejeção de massa. A nossa intenção não é escrever uma revisão sobre o assunto, mas apenas apresentar o problema do aquecimento cromosférico/coronal nas suas linhas mestras, comparando, quando possível, os resultados observacionais com os previstos na teoria.

Muitos pesquisadores têm tratado este problema e têm sugerido vários mecanismos para explicar o aquecimento cromosférico/coronal. Dentre os trabalhos realizados destacam-se os seguintes: Biermann (1946) [3]; Osterbrock (1961) [24]; Kuperus (1969, 1983) [18,19]; Wentzel (1978, 1981) [40,41]; Ulmschneider (1979, 1981, 1986) [36,37,38]; Chiuderi (1981, 1983) [7,6]; Priest (1981, 1982, 1983) [27] [29,28]; Hollweg (1981, 1983, 1985) [16,15,14]; Parker (1983, 1986) [26,25]; Narain e Ulmschneider (1990) [23].

Pelo número de processos sugeridos por todos estes trabalhos, infere-se que não é possível a explicação do aquecimento da 'c/c' por um único mecanismo, pois até agora não foi possível estabelecer que mecanismo predomina sobre o outro. Alguns agem globalmente, mas outros somente em situações particulares. É nossa expectativa que, devido à diversidade das estrelas no Universo, pode-se encontrar uma determinada relação entre os tipos estelares e os tipos de mecanismos predo-

minantes no aquecimento 'c/c'. Apesar do esforço para uma base observacional para cada mecanismo ainda temos um desenvolvimento teórico bastante pequeno para ser dada a palavra final.

Os principais mecanismos de aquecimento podem ser divididos em duas grandes classes:

- aquecimento por ondas acústicas;
- aquecimento por mecanismos magnéticos.

### I.1.1 O aquecimento por ondas acústicas

Este tipo de aquecimento foi sugerido pela primeira vez por Biermann (1946) [4] e posteriormente por Schwarzschild (1948) [32], onde a 'c/c' poderiam ser aquecidas pela dissipação do fluxo de energia mecânica na forma de ondas acústicas propagantes. Tais ondas seriam geradas pela turbulência da zona de convecção e começariam a se propagar na atmosfera; porém, como esta vai se estratificando devido à gravidade, a onda que inicialmente tinha perfil senoidal vai se esculpando até se transformar em uma onda tipo dente de serra, de forma que a velocidade da onda passa a ser maior do que a velocidade do som no meio produzindo uma onda de choque.

Esta atmosfera estratificada, devido à gravidade, assegura que a frequência da onda exceda a frequência de corte acústica  $\omega_{Ac} = g/2v_s$ , onde ' $v_s$ ' é a velocidade do som. Para os parâmetros característicos da região de temperatura mínima na atmosfera solar, o critério de  $\omega > \omega_{Ac}$  corresponde a ondas cujo período fica compreendido na faixa de  $P \sim 200 - 300$  s. O fluxo de energia ascendente das ondas propagantes de amplitude  $\delta V$  é dado por  $F_{Ac} \simeq \rho \delta V^2 v_s$ , o qual representa somente uma pequena fração do fluxo de energia radiativa na superfície estelar. Se a temperatura do gás pode ser considerada como sendo aproximadamente constante na direção radial, então a conservação do fluxo de energia da onda requer que  $\delta V \propto \rho^{-1/2}$ , e a amplitude da onda cresce conforme ela se propaga para regiões

de densidade menores. Para uma amplitude finita ( $\delta V \sim v_s$ ), a velocidade de fase é maior nas compressões do que nas rarefações (Landau e Lifschitz (1959)) [20]. A consequência disso é que o perfil da onda que era senoidal vai se esculpando, transformando-se numa onda tipo dente de serra, isto é, uma onda de choque à frente de cada compressão. A energia da onda mecânica é dissipada na razão  $\propto F_{Ac}/L$ , onde para cada onda de choque (dente de serra) de pequena amplitude, de pequeno período  $P$  e de número de Mach  $M$ , temos que o comprimento característico da dissipação é dado por:

$$L \simeq \left(\frac{v_s P}{4}\right) \left[\frac{M^3}{(M-1)}\right] \quad (I.1)$$

Kuperus (1965) [17]; de Loore (1970) [9].

A dependência de  $L$  com  $P$  sugere que as ondas de curto período são dissipadas na baixa atmosfera, enquanto a dissipação das ondas de longo período ocorre a grandes alturas (Stein e Leibacher (1974)) [33].

No caso do Sol, o aquecimento por ondas acústicas se restringe à baixa cromosfera segundo evidências observacionais colhidas pelo satélite OSO 8 e apresentadas por Athay e White (1977) [2], Mein et al. (1980) [22] e Mein e Schmieder (1981) [21].

Na figura I.2 mostra-se o problema da temperatura em função da altura onde se pode ver em detalhe o fenômeno de aquecimento da cromosfera e da coroa.

Na figura I.3 mostra-se com detalhe o aquecimento da região de transição, onde se pode ver a competição entre os mecanismos de radiação e convecção em cada parte da região de transição.

No mínimo de temperatura é observado um trem de onda de 5 min. contendo suficiente energia para aquecer a baixa cromosfera; mas, no caso da alta cromosfera o fluxo já está reduzido (Athay e White (1977)) [2]; por isto o processo de aquecimento da alta cromosfera e coroa deve ser outro, tal como, o magnético. As dificuldades que as ondas de natureza magnética podem apresentar são relativas à absorção e reflexão devido a não homogeneidade. Apesar da velocidade de

Alfvén crescer com a altura, ela é capaz de prover um fluxo de ondas de Alfvén de curto período ( $\approx 10s$ ), que pode preencher toda a coroa, parecendo assim ser um mecanismo viável para aquecer a maioria dos arcos coronais.

### I.1.2 Aquecimento por mecanismos magnéticos

Observações ópticas de alta resolução da atmosfera solar têm revelado que a coroa (exceto os buracos coronais) é altamente estruturada, constituindo-se de uma variedade de arcos os quais são definidos pela geometria dos campos magnéticos locais (Withbroe e Noyes (1977)) [42]; (Vaiana e Rosner (1978)) [39]. Além disso, estas observações implicam que a maior parte do fluxo radiativo vem do plasma quente, confinado magneticamente em arcos fechados, sendo que a emissão mais forte de raio X mole se origina nas regiões de grande concentração de fluxo magnético (Rosner et al. (1978)) [30]; (Golub et al. (1980, 1981)) [11,12]. Estes resultados sugerem que o campo magnético está diretamente envolvido no aquecimento da coroa solar e, por analogia, no das coroas estelares.

O campo magnético também se apresenta em estruturas abertas (buracos coronais), as quais são responsáveis pelo vento solar, o que não é objeto de estudo desta tese. Por isso, para o estudo do aquecimento coronal só interessa as estruturas fechadas (arcos coronais).

O campo magnético exerce vários tipos de influência no plasma coronal. São elas as seguintes:

- *Confinamento*: a força  $\vec{J} \times \vec{B}$  é capaz de confinar o plasma possibilitando assim o seu aquecimento;
- *Armazenamento de Energia*: a energia magnética armazenada por unidade de volume ( $B^2/2$ ) vem do campo magnético ao longo do tubo de plasma e do campo magnético torcional (produzido pela corrente);
- *Ondas*: o plasma magnetizado pode suportar vários tipos de ondas que

podem transportar energia de um ponto para outro do plasma, podendo amortecer devido a diversos mecanismos ou converter de um tipo de onda para outro que se amortece aquecendo o plasma;

- *Dissipação Ôhmica*: regiões onde existe corrente, há dissipação ôhmica;
- *Condução de Calor*: o coeficiente de condução térmica paralelo ao campo magnético ( $\eta_{parallel}$ ) é muito maior do que o coeficiente perpendicular ao campo. Desta forma o campo magnético age como um 'cobertor' isolando o plasma de forma efetiva.

Concluindo-se, do que foi mencionado acima, o aquecimento coronal ocorre nas estruturas fechadas de campo e é de natureza magnética; a ejeção de massa ocorre nas estruturas abertas do campo e o aquecimento das camadas inferiores da atmosfera solar é devido às ondas acústicas de curto período.

## I.2 As Oscilações das Proeminências Arciformes

As primeiras observações das oscilações das proeminências em forma de arco (arciformes) foram feitas por Ramsey e Smith (1965). Apesar de passado 25 anos desta descoberta e da grande importância de se conhecer os comportamentos oscilatórios das proeminências arciformes para elucidar sua estrutura magnetohidrodinâmica (MHD), infelizmente ainda não há um número suficiente de observações compatíveis com a complexidade do problema. Portanto, apesar do tempo decorrido, ainda não se tem uma base de dados capaz de proporcionar suporte adequado para a resolução do problema. Inclusive, recentes observações têm levado a crer que em determinadas regiões das proeminências arciformes os movimentos periódicos podem ser amplificados (Tsubaki (1986)) [34], tornando assim o problema ainda mais interessante.

As oscilações destas proeminências estão também relacionadas com as emissões dos 'flares' (fulgurações), de modo que, além de ser um problema importante para

Referência	período	velocidade
Vršnak (1984)	8 min.	$\leq 350kms^{-1}$
Wiehr et al. (1984)	3,5 min.	$\pm 210kms^{-1}$
Tsubaki e Takeuchi (1986)	210-240 s.	$\pm 2kms^{-1}$
Balthazar et al. (1986)	210-400 s.	$\pm 2kms^{-1}$
Tsubaki et al. (1987)	160 s.	$\pm 1.4kms^{-1}$
Tsubaki et al. (1988)	640 s.	$\pm 2 - 3kms^{-1}$

Tabela I.1: Oscilação de proeminências arciformes de curto período

o aprimoramento da ciência básica, é também importante na ciência aplicada pois a atividade solar se relaciona diretamente com o clima da Terra.

As oscilações das proeminências arciformes são classificadas em oscilações de grande período (40-80 min.) e oscilações de curto período (3-10 min.). Na tabela I.1 apresentamos os principais experimentos de curto período e na tabela I.2 os de longo período. É importante notar que nas proeminências arciformes as flutuações periódicas são observadas apenas no efeito Doppler relativo à velocidade na linha de visada, em contraste com as oscilações coronais que têm flutuações periódicas nas três quantidades: intensidade, largura de linha, e deslocamento da global da linha pelo efeito Doppler.

Apesar dos resultados já obtidos, há necessidade de um número maior de observações para que os resultados até aqui encontrados possam ser confirmados (Tsubaki (1989)) [35]. Entretanto, vem sendo empreendido um esforço no sentido de se criarem modelos teóricos para explicar estas oscilações .

Referência	período	velocidade
Malville e Schindler (1981)	75 min.	$\pm 1 - 2kms^{-1}$
Bashkirtsev (1983)	77-88 min.	
Bashkirtsev (1984)	42-82 min.	$\pm 0.2 - 6kms^{-1}$
Wiehr et al. (1984)	50-64 min.	$\pm 1 - 2kms^{-1}$
Balthazar et al. (1986)	48 min.	

Tabela I.2: Oscilação de proeminências de longo período

### I.3 Contribuição da Tese

A contribuição desta tese é a criação de um modelo que explique as oscilações das proeminências arciformes e o aquecimento da coroa solar.

Devido às características do plasma (densidade, temperatura, e campo magnético) que constitui a atmosfera solar, é válido o uso da teoria magneto-hidrodinâmica (MHD) no estudo dos fenômenos ali presentes (Priest (1982)) [29].

A topologia apresentada pelos arcos coronais e proeminências arciformes sugere sua modelagem por uma coluna de plasma semi-toroidal e/ou dipolar. Entretanto, o estudo do espectro das ondas MHD para uma coluna de plasma cilíndrico não estava completo; por isso, estas estruturas foram aproximadas por colunas de plasma cilíndrico, com condições de contorno periódicas nas tampas e com uma condição de fronteira livre (plasma-vácuo) na superfície lateral e com a possibilidade de portar uma corrente arbitrária tanto em intensidade como em perfil, e ter também um valor arbitrário de  $\beta$  (razão entre a pressão cinética e pressão magnética), pois as soluções existentes até hoje se restringiam a valores pequenos de corrente ( $B_\theta/B_z \ll 1$ ) e de  $\beta$ .

Usando esta modelagem se obtém uma equação diferencial do tipo de Sturm-Liouville não normal (o coeficiente do termo de mais alto grau pode se anular) conhecida como equação de Hain-Lüst (Hain e Lüst (1958)) [13]. Esta equação nos leva ao espectro de ondas MHD (que será discutido em detalhe no capítulo III), que contém um espectro de ondas magnetossônicas lenta e rápida e de ondas de Alfvén. Como a resolução deste tipo de equação é bastante complicado, fizemos uma análise WKB da equação, o que nos permitiu uma solução analítica preliminar que já mostrava uma boa coincidência com os resultados observacionais de Azevedo et al. (1991) [8]. Tais resultados nos incentivaram a resolver a equação diferencial numericamente de forma a termos um resultado que possibilita traçar o espectro das autofrequências mais preciso. Para a solução numérica da equação usamos o 'shooting method'.

Esta solução nos leva à onda discreta de Alfvén cujos modos estão fora do contínuo e são automodos da coluna de plasma. Portanto, esta onda é capaz de explicar, simultaneamente, as oscilações e o aquecimento destas estruturas, pois no modelo da onda de Alfvén ‘torcional’, usado até então, estes dois efeitos são mutuamente exclusivos.

Desta forma a contribuição desta tese pode ser assim resumida: *na física de plasma básica foram obtidos novos resultados analíticos e numéricos para a teoria espectral de ondas MHD, mostrando que a onda discreta de Alfvén é capaz de explicar simultaneamente as oscilações e o aquecimento de colunas de plasma cilíndrico que portem corrente arbitrária e tenham  $\beta$  qualquer. Isso é importante para a Astrofísica, pois nem as correntes nem  $\beta$  são limitados, e muitos objetos podem ser modelados por colunas de plasma cilíndrico com as características descritas acima.*

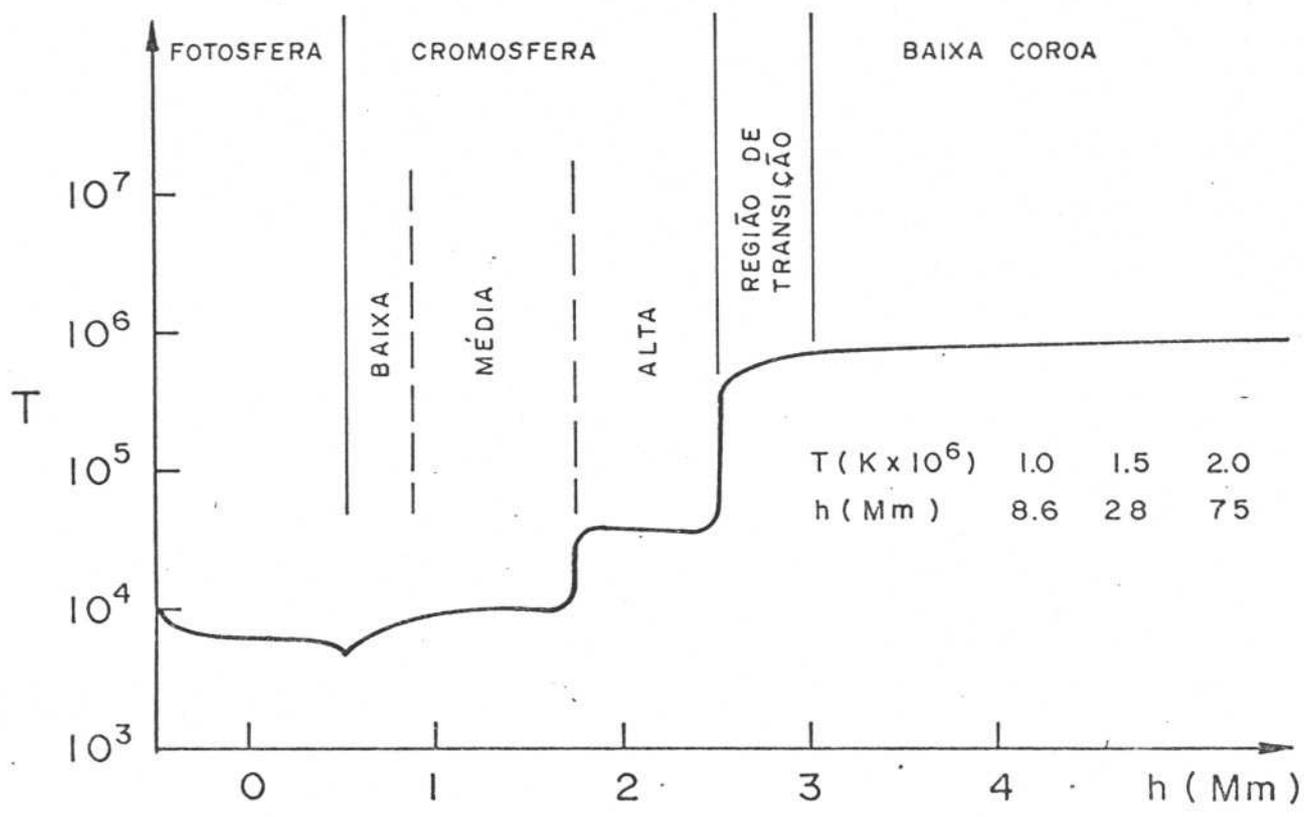


Figura I.2: Logaritmo da temperatura em função da altura considerando em detalhe a região fotosfera-baixa da coroa

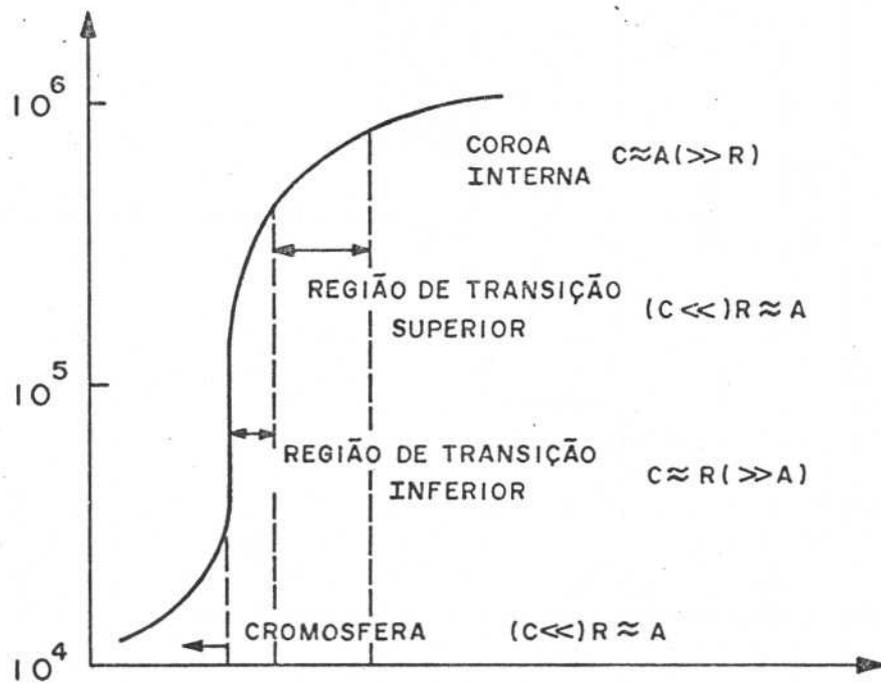


Figura I.3: Temperatura em função da altura considerando em detalhe a região de transição

## Bibliografia

- [1] H. Alfvén. *Monthly Notices Roy. Astron. (M.N.R.A.S.)*, 107:217, (1947).
- [2] R. G. Athay. "The Solar Chromosphere and Corona: Quiet Sun". D. Reidel, Dordrecht, Holland, (1977).
- [3] L. Biermann. *Naturwissenschaften*, 133:118, (1946).
- [4] L. Biermann. *Naturwissenschaften*, 33:118, (1946).
- [5] I. S. Bowen. *Astrophys. Journal*, 67:1, (1927).
- [6] C. Chiuderi. "Solar and Magnetic Fields: Origins and Coronal Effects", page 375. *IAU Symp. 102*, (1983).
- [7] C. Chiuderi. "Solar Phenomena in Stars and Stellar System", page 267. Reidel, Dordrecht, Holland, (1981).
- [8] C. A. de Azevedo, A. S. de Assis, H. Shigueoka; and P. H. Şakanaka. *Solar Physics*, 131:119, (1991).
- [9] C. de Loore. *Astrophys. Space Sci.*, 6:60, (1970).
- [10] B. Edlén. *Zeitschrift für Astrop.*, 22:1258, (1942).
- [11] L. Golub, C. Maxson, R. Rosner, S. Serio, and G. S. Vaiana. *Astrophys. J.*, 238:343, (1980).

- [12] L. Golub, R. Rosner, G. S. Vaiana, and N. O. Weis. *Astrophys. J.*, 243:309, (1981).
- [13] K. Hain and R. Lüst. *Z. Naturfor.*, 13a:936, (1958).
- [14] J. V. Hollweg. In B. Buti, editor, *Advances in Space Plasma Physics*, World Scientific Publ. Co., (1985).
- [15] J. V. Hollweg. In V. M. Neugebauer, editor, "Solar Wind", (1983). NASA, CP-2280, page 5.
- [16] J. V. Hollweg. In F. Q. Onall, editor, *Solar Active Regions*, Colorado Ass. Univ. Press, Boulder, Co., USA, (1981). pages 277.
- [17] M. Kuperus. PhD thesis, Univ. Utrecht, The Netherlands, (1965).
- [18] M. Kuperus. *Space Sci. Rev.*, 9:713, (1969).
- [19] M. Kuperus. *Space Sci. Rev.*, 34:47, (1983).
- [20] L. Landau and E. M. Lifshits. "Fluid Mechanics". Pergamon, London, (1959).
- [21] N. Mein and B. Schmieder. *Astron. Astrophys.*, 97:310, (1981).
- [22] F. Moriyama and J. C. Henoux, editors. "Japan-France Seminar on Solar Physics", (1980).
- [23] U. Narain and P. Ulmschnider. *Space Sci. Rev.*, (1991). to be publish.
- [24] D. E. Osterbrock. *Astrophys. J.*, 134:347, (1961).
- [25] E. N. Parker. "Coronal Prominence Plasma", page 9. NASA, CP-2442, (1986).
- [26] E. N. Parker. "Solar Wind", page 23. NASA CP-2280, (1983).

- [27] E. R. Priest. In Gordon E. R. Priest and New York Breach, editors, *Solar Flare Magnetohydrodynamics*, (1981).
- [28] E. R. Priest. *Solar Phys.*, 86:33, (1983).
- [29] E. R. Priest. "Solar Magnetohydrodynamics". Kluver Academic Pub., (1982).
- [30] R. Rosner. *Astrophys. J.*, 220:643, (1978).
- [31] R. Rosner, B. C. Low, and T. E. Holzer. "Physics of the Sun", page 135. Volume II, Reidel, Dordrecht, Holland, (1986).
- [32] M. Schwarzschild. *Astrophys. J.*, 107:1, (1948).
- [33] R. F. Stein and J. Leibacher. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 12:407, (1974).
- [34] T. Tsubaki, Y. Saito, Y. Suematsu, and Y. Nakagomi. *Astron. Soc. Japan*, 38:251, (1986).
- [35] T. Tsubaki, M. Toyoda, Y. Suematsu, and G. A. R. Gamboa. *Astron. Soc. Japan*, 40:1, (1988).
- [36] P. Ulmschneider. *Space Sci. Rev.*, 24:71, (1979).
- [37] P. Ulmschneider. "Solar Phenomena in Star and Stellar Systems", page 239. Reidel, Dordrecht, Holland, (1981).
- [38] P. Ulmschneider. *Adv. Space Res.*, 6, N 8:39, (1986).
- [39] G. S. Vaiana and R. Rosner. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 94:393, (1978).
- [40] D. G. Wentzel. *Solar Phys.*, 58:307, (1978).
- [41] D. G. Wentzel. "The Sun as a Star", page 331. (1981).
- [42] G. L. Withbroe and R. W. Noyes. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 15:363, (1977).

## Capítulo II

# ATMOSFERA SOLAR

### II.1 Introdução

Nesta seção é apresentada uma introdução sumária sobre a atmosfera solar visando apenas focalizar a configuração dos objetos astrofísicos que são usados no trabalho. Apresentam-se assim as proeminências arciformes e os arcos coronais da atmosfera solar. O objetivo principal é, portanto, dispor-se da caracterização destes objetos (campo magnético, densidade, temperatura, geometria do campo e topologia dos objetos) de forma a possibilitar a formulação dos modelos. São também apresentados dados observacionais com os quais podem ser comparados os resultados obtidos através do modelo teórico desenvolvido nesta tese.

#### II.1.1 A atmosfera superficial

A atmosfera superficial é constituída por:

- *Fotosfera*, que é a região onde são gerados os fótons de luz visível. Sua extensão é de  $0,5 Mm$  (muito fina em comparação com o raio do Sol  $700 Mm$ ). O tamanho desta região costuma ser definido como tendo a base em  $\tau_{5000} = 1$  e o nível superior igual ao mínimo de temperatura (vide figura II.1). Além de ser a região onde são gerados os fótons, é a região onde vemos as granulações que são o topo do movimento de convecção do Sol. Aparecem também os

supergrânulos e manchas solares, e é nesta região também que se mede o campo magnético do Sol.

- *Cromosfera* é a região que vem logo depois da fotosfera, começando no mínimo de temperatura e terminando no início da região de transição (região definida por uma abrupta mudança nas grandezas físicas características como mostra a figura I.2). Ao todo a cromosfera se estende por 2 *Mm* acima da fotosfera.
- A *região de transição* é uma camada muito fina (0,05 *Mm*) acima da cromosfera onde a temperatura aumenta de uma ordem de grandeza havendo uma forte emissão de linhas no ultravioleta devido a este grande incremento na temperatura.

### II.1.2 A coroa interna

A coroa interna começa no final da Região de Transição, ou seja, a 3 *Mm* da superfície, estendendo-se até  $1 R_{\odot}$  a partir da superfície. É na coroa interna em que acontece todos os fenômenos de nosso interesse, como as proeminências e os arcos coronais. Na coroa interna (K-coroa) o espalhamento da luz que vem da fotosfera é feito principalmente pelos elétrons, tanto que a intensidade de sua emissão é proporcional à densidade eletrônica.

Até 1930 só era possível observar a coroa solar durante os eclipses; entretanto, com a criação do coronógrafo por Lyot, passou-se a poder observar a coroa de maneira mais frequente, apesar da perda de qualidade, assim possibilitando estudar de maneira mais detalhada a dinâmica coronal. As observações em raio X e em ultravioleta feitas pelo Skylab e pelo SMM nos permitiu estudar a estrutura fina da coroa e aprimorar o estudo das regiões fechadas e abertas, que levaram ao aquecimento da coroa e à produção do vento solar.

As proeminências arciformes serão estudadas em detalhe na seção II.2 e os arcos coronais na seção II.3. A configuração da coroa depende do campo magnético,

equivalendo a dizer que a configuração varia de acordo com o ciclo solar. No máximo de atividade aparecem estruturas brilhantes chamadas *jatos* em todas as direções. No mínimo de atividade solar estes jatos estão presentes somente nas regiões equatoriais e plumas polares são emitidas a partir dos pólos. Assim, quando observamos a coroa solar em raio X podemos reconhecer três estruturas:

- os *buracos coronais*: regiões de campo magnético aberto onde o plasma é acelerado dando origem ao vento solar.
- as *regiões ativas*: regiões de campo magnético fechado onde o plasma fica confinado e é aquecido. A região é composta por uma série de arcos coronais.
- os *pontos brilhantes de raio X*: regiões de pequenas e intensas estruturas espalhadas pelo disco solar, que emitem raio X.

### II.1.3 A coroa externa e o vento solar

Uma das grandes descobertas da física espacial foi saber que a Terra estava imersa na atmosfera solar externa, que está sempre se expandindo. As observações da coroa solar durante os eclipses deram indícios de haver ejeção de matéria do Sol. A cauda dupla dos cometas foi outro indício, sendo a cauda reta e aglomerada causada pela pressão de radiação do Sol, e a outra mais difusa pelo fluxo do material coronal. Parker (1958) [13] previu teoricamente este fluxo, ao qual chamou de 'vento solar'. Esta previsão foi confirmada em 1962 pelo satélite Mariner 2 durante a sua missão a Vênus.

Medidas continuamente feitas por satélites revelam que o vento solar é muito rápido ( $1,6 \times 10^6$  km/h), rarefeito (poucas partículas por  $cm^3$ ), e quente ( $10^5$  K). O vento solar é um plasma, e como tal sofre influência do campo magnético da coroa arrastando-o consigo e expondo o espaço interplanetário (incluindo os planetas) à influência do campo que gira solidário com o Sol. A Terra tem seu próprio campo magnético que interage com o vento solar e desvia as suas partículas; assim, uma

parte da energia do vento solar é transmitida para a Terra através de uma série de processos.

Muitas perguntas básicas sobre o vento solar continuam em aberto, tais como: O que causa o vento solar? Sua energia vem do aquecimento da coroa? Quais os mecanismos de aceleração do vento solar? Em verdade, estas e outras perguntas ainda não têm respostas satisfatórias.

Como foi visto anteriormente, a coroa interna (K-coroa) é caracterizada pelo espalhamento da luz, que vem da fotosfera, pelos elétrons, por isto a intensidade é proporcional à densidade eletrônica; entretanto, a coroa externa (F-coroa) é caracterizada pelo espalhamento da luz, que vem da fotosfera, pela poeira. A coroa interna também se caracteriza pela grande emissão de raio X, pois a maioria dos arcos fechados se encontram nesta região (3 *Mm* a partir da superfície do Sol). Na coroa interna também se encontram regiões de linhas de campo aberto (buracos coronais), que dão origem ao vento solar.

Na coroa externa, a maioria das linhas de campo são abertas e com o plasma são arrastadas pelo vento solar, pois a matéria está congelada nas linhas de campo magnético, dando origem ao campo interplanetário, que passa a permear todo espaço interplanetário interagindo com todos os objetos que estejam nesta região (planetas, cometas, etc.). Este campo gira solidário com o Sol e está dividido em setores (em número sempre par) norte e sul, conforme podemos ver nas figuras II.2 e II.3, que interagem de maneira cíclica com os objetos do espaço interplanetário.

#### II.1.4 O vento solar e a interação com os planetas

O Sol continuamente bombardeia a Terra com energia de três formas: partículas, campos magnéticos, e radiação eletromagnética (rádio, infravermelho, luz visível, ultravioleta, raio X, raio  $\gamma$ ). Uma vez que cada forma de energia afeta nosso meio ambiente, precisamos entender o comportamento do Sol e os processos pelos quais ele produz estas formas de energia.

A maior parte da emissão solar é em luz visível. Esta luz fornece energia para fotossíntese e para aquecer a Terra, influenciando o vento e a chuva. Não é conhecido o efeito de mudanças súbitas na emissão de luz visível do Sol, que foi detectado recentemente por satélites. Os satélites detectaram uma variação muito maior na emissão de raio X e ultravioleta, os quais são absorvidos nas camadas superiores da Terra, aquecendo-as e fazendo com que as mesmas se expandam e com isto prejudicando os satélites mais próximos da Terra fazendo com que os mesmos caiam mais rápido. Os raio X e ultravioleta ionizam parte da atmosfera criando uma camada chamada ionosfera, que reflete as ondas de rádio, tornando possível as transmissões de longa distância. As partículas e os campos do vento solar são responsáveis pelas auroras e pelas perturbações no campo magnético da Terra. Algumas das maiores auroras e perturbações geomagnéticas ocorrem concomitantemente com a ocorrência de 'flares' que emitem grande quantidade de gás quente e ondas eletromagnéticas (raio X) de grande intensidade. Estas chegam à Terra como vento solar influenciando as condições na Terra. Existem vários trabalhos que relacionam a atividade solar com o nosso clima (Dickinson (1986)) [4]; (Crooker e Siscoe (1986)) [?]; Reid (1986)) [16].

## II.2 As Proeminências

O termo proeminência é muitas vezes usado para definir uma grande quantidade de objetos com uma estrutura relativamente estável que dura desde meses até algumas horas. As proeminências normalmente estão associados às fulgurações. Quando as proeminências são vistas no limbo do Sol são brilhantes, enquanto que vistas sobre o disco parecem escuras e são chamadas de filamentos. Frequentemente usamos a definição de que a proeminência é um objeto que está na cromosfera e/ou na coroa, que é mais denso e frio do que o plasma à sua volta, cuja pressão se mantém constante. As proeminências podem ser classificadas em ativas ou quiescentes dependendo se estão ligadas a regiões ativas ou a regiões quiescentes

<i>proeminência</i>		<i>coroa</i>	
T (K)	n ( $cm^3$ )	T(K)	n ( $cm^3$ )
12.000	$8 \times 10^{10}$	$10^6$	$6 \times 10^9$

Tabela II.1: Características de temperatura e densidade da coroa

do Sol. As proeminências ativas normalmente têm menor tempo de vida e maior variação de suas características no tempo. Existe uma série de classificações de proeminências (Tandberg-Hansen (1974)). Entretanto, as proeminências das quais trataremos aqui são as proeminências arciformes, que normalmente têm seus pés ancorados nos pólos de uma mancha solar conforme mostra a figura II.4. Normalmente estas proeminências são atravessadas por uma corrente elétrica paralela ao eixo da proeminência, como proposto por Anzer e Tandberg-Hansen (1970). A esta corrente inclusive é atribuído o papel de sustentar a proeminência contra a gravidade, através da força de Lorentz (conforme o esquema da figura II.5) corrente esta gerada pelos movimentos dos pés das proeminências.

Portanto, o tipo de proeminência estudada nesta tese tem seus pés ancorados próximo aos pólos de uma mancha solar, a maior parte do seu corpo está sobre a linha neutra e é paralelo à superfície do Sol (vide fig. II.4). O aumento da corrente normalmente é visto como o responsável pela ascensão da proeminência. Como já foi dito anteriormente, as proeminências são condensações de plasma dentro da coroa, estáveis por longo tempo e mais frias do que a coroa, mantendo-se a pressão constante. Para melhor fixar esta idéia apresentaremos as características dos plasmas das proeminências e da coroa na tabela II.1.

Quando se considera a corrente, passa-se a ter uma estrutura hélica de campo pois  $B_{\neq 0} \neq 0$ , conforme vemos na figura II.6.

### II.2.1 As proeminências arciformes quiescentes

A proeminência quiescente é uma estrutura muito estável e pode permanecer na superfície do Sol por meses. Sua vida começa numa pequena região ativa ('plage') a qual é localizada ao longo da linha de inversão magnética entre duas regiões de polaridade oposta. Normalmente a proeminência vai crescendo durante meses, a não ser que entre numa região ativa que acaba por destruí-la. A proeminência pode atingir até 700 *Mm* de comprimento, migrando lentamente na direção do pólo mais próximo. Os valores típicos para uma proeminência quiescente são :

- densidade ( $n_e$ ):  $10^{16} - 10^{17} m^{-3}$
- temperatura ( $T_e$ ): 5000 - 8000 *K*
- campo magnético (B): 5 - 40 *G*
- comprimento (L): 60 - 600 *Mm*
- altura (h): 15 - 100 *Mm*
- espessura (e): 4 - 16 *Mm*
- razão  $H^+/H$ : 1 - 10

Na figura II.4 mostra-se como a proeminência arciforme se localiza em relação ao campo magnético.

As proeminências solares já são observadas há séculos e a sua espectroscopia levou à descoberta do Hélio em 1886. Uma proeminência quiescente é uma enorme folha de plasma denso e frio imersa no plasma quente e rarefeito da coroa solar. Quando as proeminências estão sobre o disco são chamadas de filamentos e na figura II.4 faz-se um esquema de como este filamento se localiza em relação ao campo magnético. Com relação aos valores do campo magnético, os mesmos

variam de acordo com os autores; por exemplo, Tandberg-Hansen (1974) [18] acha um valor médio de 7,3 G, com a observação num intervalo de 3 a 8 G. Harvey (1969) dá um valor médio de 6,6G. O eixo da proeminência faz um ângulo de aproximadamente  $15^{\circ}$  com as linhas de campo, como mostra a figura II.4.

No caso das proeminências arciformes 'ativas' o campo magnético é bem maior (100 - 200 G). As proeminências alteram lentamente seu perfil durante sua vida (1-300 dias); depende, entre outros fatores, da latitude onde se encontram localizadas. Em baixas latitudes elas têm uma vida média de 2 rotações (50 dias); já as localizadas em altas latitudes têm vida média de 5,1 rotações (140 dias). Entretanto, uma proeminência formada numa região ativa dura apenas algumas horas ou alguns dias.

## II.2.2 As proeminências ativas

As proeminências ativas estão localizadas nas regiões ativas e estão normalmente associadas às fulgurações solares. Elas têm uma estrutura dinâmica com movimentos violentos e seu tempo de vida de minutos ou horas. Existem vários tipos, tais como: vagas ("singe"), borrifo ("spray"), (os quais são provavelmente filamentos de praia em erupção) e proeminências arciformes. O campo magnético para todos os casos são cerca de 100G e a média de temperatura é muito mais alta do que as das proeminências quiescentes.

Normalmente as proeminências arciformes ativas estão ligada às fulgurações ("flares") e, portanto, são estudadas dentro deste capítulo.

Para se ter uma idéia das diferenças entre as proeminências quiescentes e as ativas, são apresentadas as suas principais características na tabela II.3.

Observando-se a tabela II.2, fica evidente que, as principais diferenças entre os parâmetros do plasma que compõem as duas espécies de proeminências são que as ativas têm temperatura, densidade e campo magnético maior do as quiescentes, enquanto que o seu tempo de existência é bem menor do que aquele das quiescentes.

grandezas características	Proeminências Quiescentes	Proeminências Ativas
2 L (Mm)	60 -600 (200)	~ 200
T (K)	5000-8000 (7.000)	$10^6-10^7$
n ( $cm^{-3}$ )	$10^{11}-10^{10}$ ( $10^{11}$ )	$5-7 \times 10^9$
B (G)	5-10	100
t (dias)	140	1

Tabela II.2: Nesta tabela vemos as características das proeminências: 2 L — comprimento; T — temperatura; M — densidade; B — campo magnético; t — tempo de vida

### II.2.3 As oscilações das proeminências arciformes

Os movimentos oscilatórios na atmosfera solar são um fenômeno comum, sendo facilmente detectados. Tais oscilações ocorrem nas camadas superiores das proeminências e da coroa, mas até hoje não foram completamente compreendidas.

Os processos oscilatórios nas proeminências têm sido investigados por vários autores, entre os quais citamos os seguintes: Dyson, (1930) [5]; Hyder, (1966) [7]; Kleczek e Kuperus, (1969) [9]; Zhugzhda et al. (1979) [21]; Malville e Schindler (1981) [12]; Malherbe et al. (1981) [11]; Vršnak et al. (1990) [20].

Geralmente os autores relacionam o estudo das oscilações à ativação das proeminências por 'flares'.

Usando um filtro  $H_{\alpha}$ , Ramsey e Smith (1965-1966) [15] [14] observaram a cintilação de filamento produzida por deslocamentos Doppler periódicos da linha espectral correspondente à linha de transmissão do filtro. Neste caso a frequência de oscilação foi de 1.5 – 10 ciclos por hora. O fenômeno da cintilação é observado

como sendo causado por uma perturbação, originado numa região de fulguração e é interpretado como uma oscilação vertical que é amortecida pela viscosidade do plasma da coroa no qual a proeminência está imersa (Hyder (1966)) [7]. Ao contrário disto, Kleczek e Kuperus (1969) [9] acreditam que as oscilações das proeminências ocorrem na horizontal e o fenômeno da cintilação era devido à componente da velocidade na linha de observação da oscilação. Por outro lado, Brown (1958) [2], no seu estudo de estabilidade de modelos magnetoestáticos para oscilações horizontais, chegou à conclusão de que a frequência não pode ser menor do que  $1mHz$  se a proeminência arciforme é estável.

Muitas observações das oscilações da linha foram feitas por Harvey (1969) [6] usando equipamento do HAO (High Altitude Observatory). Oscilações periódicas foram encontradas em cerca de um terço das medidas ( $\approx 100$ ). Os períodos médios encontrados para as oscilações foram 318 – 354 s para proeminências não ativas e ativas, respectivamente. O maior período medido foi de 16 min. E foi suposto que estas oscilações são causadas por ondas de Alfvén. Entretanto Harvey não excluiu a possibilidade de que as oscilações observadas tenham uma origem instrumental. Resultados similares foram obtidos por Zhugzhda et al. (1979) [21] estudando a variação temporal da área aparente de uma proeminência em arco com um filtro  $H_{\alpha}$ , encontrando um período de 340 s enquanto as oscilações detectadas pareciam ser do tipo de Alfvén.

Usando os espectogramas de uma proeminência ativa na linha  $D_3$  do  $HeI$ , Shpitalnaya e Tifrea (1971) [17] acharam variações oscilatórias da intensidade central e no deslocamento Doppler da linha e nos tamanhos dos nós individuais da proeminência com o período máximo de 5 min. A amplitude das oscilações de velocidade foi alta, cerca de  $60Kms^{-1}$ . Uma análise dos termos de longo período dos perfis de  $D_3$  do  $HeI$  feita por Landman et al. (1977) [10] num dado ponto de uma proeminência quiescente mostrou somente oscilações de baixa amplitude na largura da linha e na intensidade, com período de  $25min.$ , mas sem deslocamento

de linha.

Malherbe et al. (1981) [11] obteve uma sequência temporal para um filamento quiescente de 720 s de duração e com um degrau temporal de 30 s. Uma análise de Fourier das velocidades medidas em  $H_\alpha$  mostrou que oscilações de curto período quase inexistem no filamento (existem somente pequenos picos próximos a 190 s), enquanto o espectro de potência na cromosfera quiescente apresenta um máximo bem determinado em 240 s.

Malville e Schindler (1981) [12] observaram uma proeminência arciforme com oscilações simultâneas radiais e torcionais com período de 75min, comprimento de onda de 37Mm, e uma amplitude de  $1 - 2Kms^{-1}$ , 90min antes de uma fulguração no limbo. Estas oscilações acredita-se estarem associadas à instabilidade tipo "kink" de um tubo de fluxo que porta corrente.

As oscilações de longo período em velocidades na linha de visada com período de 80 min em proeminências foi descoberto por Bashkirtsev (1983) [1]. Entretanto, não há muitos estudos deste fenômeno publicados até o momento, sendo que na parte de detecção de oscilações de proeminências arciformes os principais trabalhos são Vrsnak (1984, 1990) [19] [20], sendo estes os trabalhos que usamos como principal fonte de dados para testar nosso modelo (cap. IV). No cap. I já resumizamos os principais resultados das medidas das oscilações de longo (40-80 min.) e curto (3-10 min.) período nas tabelas I.1 e I.2.

## II.3 Os Arcos Coronais

Os arcos tiveram seus estudos intensificados a partir dos experimentos feitos no Skylab e no SMM. Na verdade, os arcos coronais são classificados em cinco tipos que estão colocados na tabela II.3. Os arcos são estruturas fechadas de campo magnético que de certa forma confinam o plasma, sendo que a razão entre a densidade dentro e fora do arco é 4.

Na realidade a região coronal pode ser dividida em duas partes, uma com

tipo parâmetros	interconexão	quiescente	ativa	pós fulguração	fulguração simples
2L(Mm)	20 – 700	20 – 700	10 – 100	10 – 100	5 – 50
T( $10^6 K$ )	2 – 3	1,8	0,01 – 2,5	0,01	< 40
n( $10^{14}$ )	7	2 – 10	5 – 50	$10^3$	< $10^4$

Tabela II.3: Tipos de Arcos Coronais

estruturas fechadas (arcos coronais) e outra com estruturas abertas (os buracos coronais), donde o plasma flui para fora do Sol dando origem ao vento solar. Façamos uma pequena descrição dos cinco tipos de estrutura fechada de arcos:

- a) Arcos de interconexão: unem diferentes regiões ativas e parecem formar um só, ou quando dois arcos se estendem e acabam se conectando. Estes arcos estão sempre associados a regiões ativas e seus pés giram provocando torção nas linhas de campo do arco. Esta torção está associada ao brilho em raio X do arco (Svestka(1977)); estes arcos têm suas características (temperatura e densidade) relacionadas na tabela II.3. Pode-se observar que o arco é mais quente do que a coroa quiescente que o cerca.
- b) Arcos das regiões quiescentes: não estão conectados com as regiões ativas. E observando os raios X moles, vemos que estes arcos são mais frios.
- c) Arcos em regiões ativas: são arcos que ligam as duas polaridades de uma região ativa. Neste caso a pressão no centro do arco é de três a quatro vezes maior do que a pressão ambiente.
- d) Arcos da região de pós-fulguração: são arcos que ligam as duas polaridades de uma região ativa. aparecem após uma fulguração e tem uma densidade 3 ordens de grandeza maior do que os arcos da região ativa.
- e) Arcos da região de fulguração simples: são arcos que estão ligados às fulgurações simples, sendo sua densidade tão grande quanto a dos arcos da

região de pós-fulguração .

No nosso trabalho sempre usaremos os arcos das regiões ativas. A maior parte dos raios X moles, da emissão ultravioleta e das linhas proibidas é oriunda dos arcos coronais.

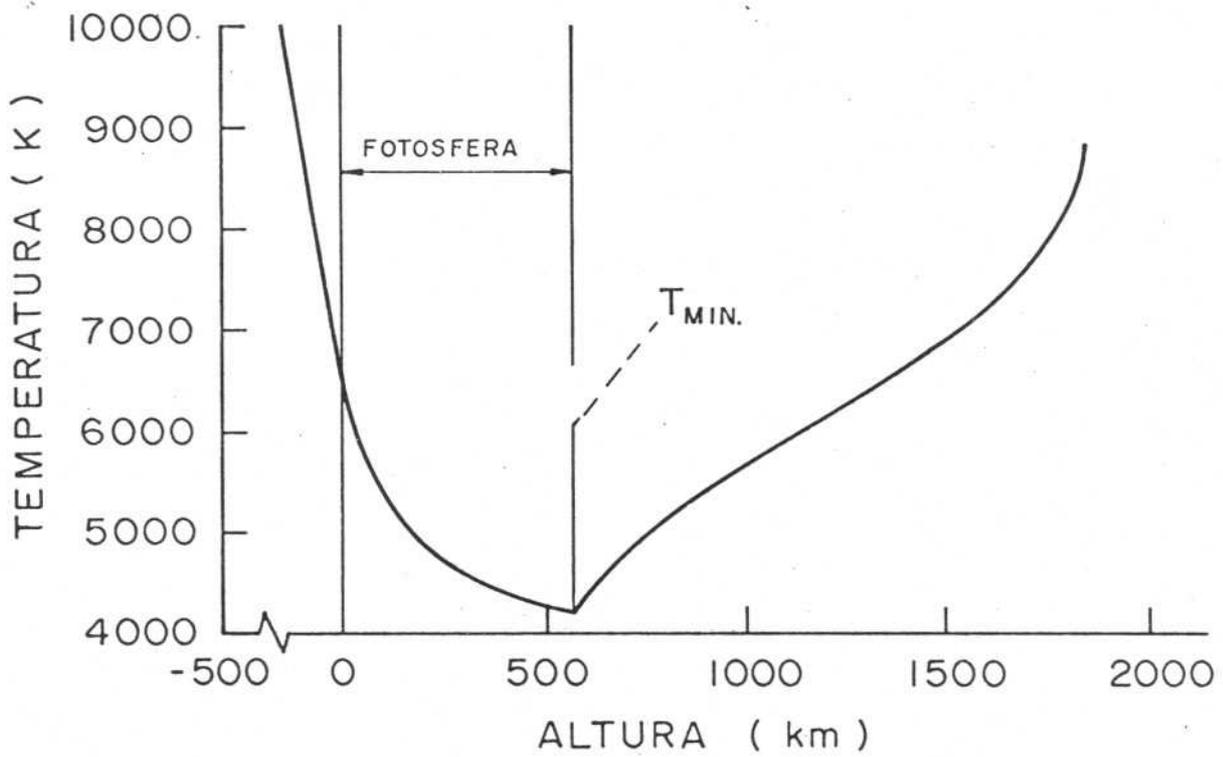


Figura II.1: Definição da Fotosfera

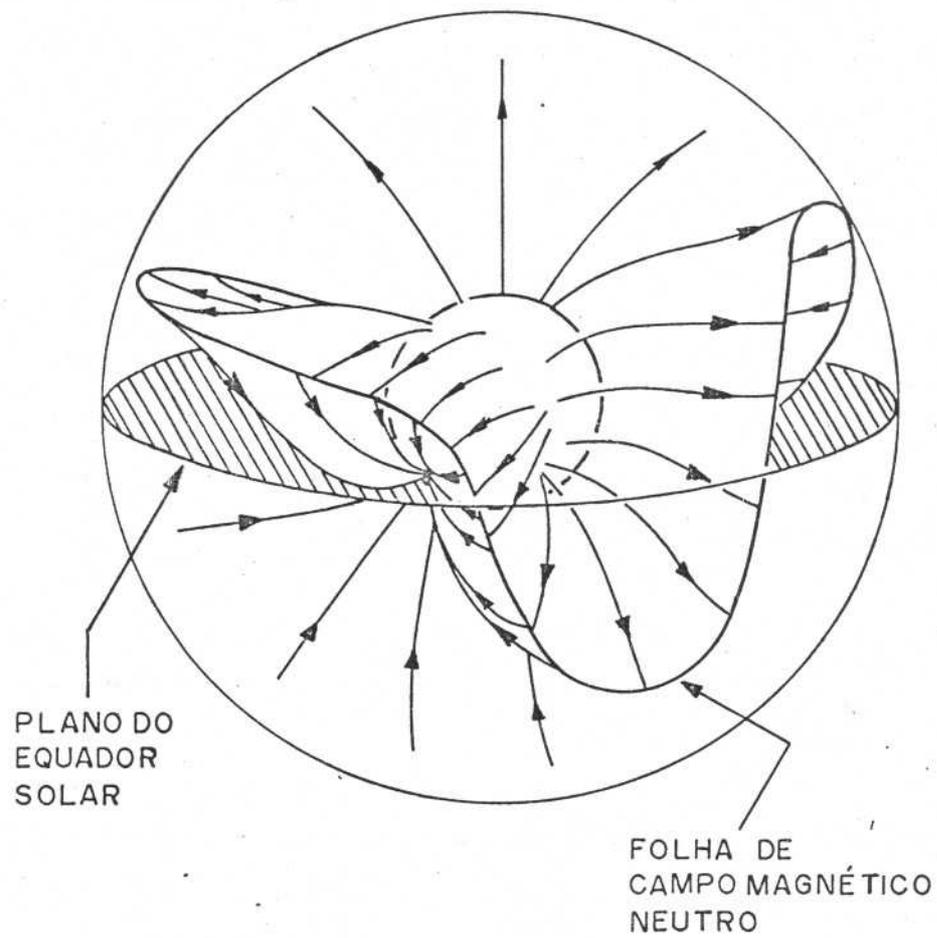


Figura II.2: Visão artística em três dimensões representando o campo magnético do Sol difundido pelo espaço interplanetário

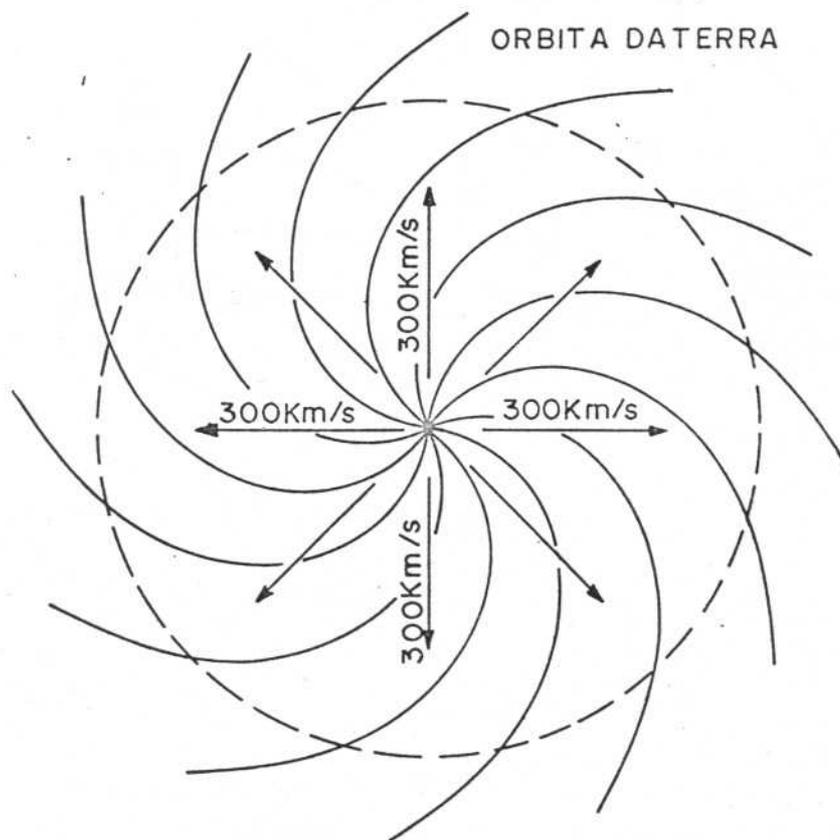


Figura II.3: Visão dos setores magnéticos do campo do Sol difundido pelo espaço interplanetário visto a partir do pólo

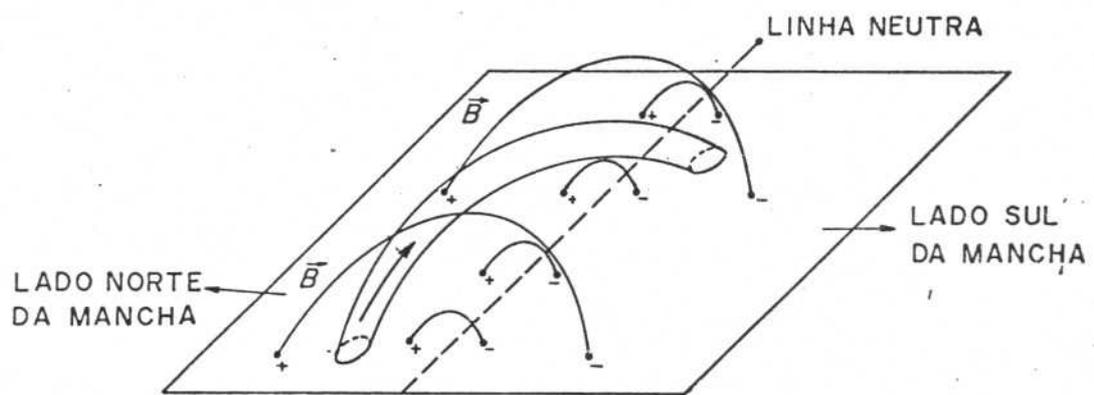


Figura II.4: Visão de como uma proeminência se estrutura em relação ao campo magnético

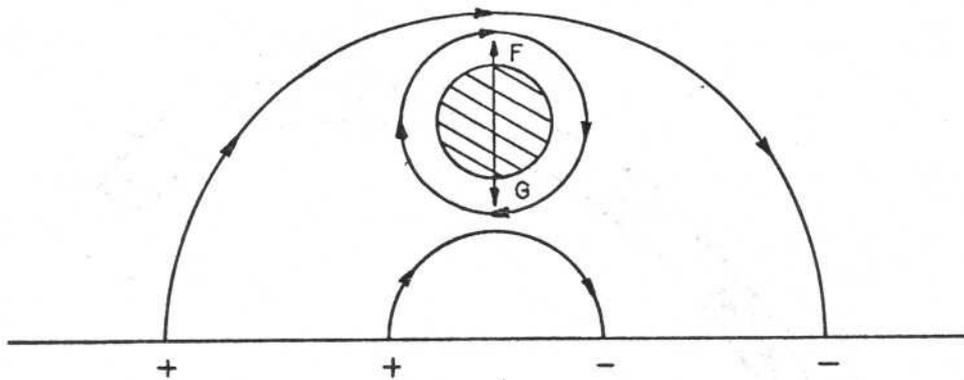


Figura II.5: Esboço para o Modelo de Sustentação da Proeminência pelo Campo Magnético

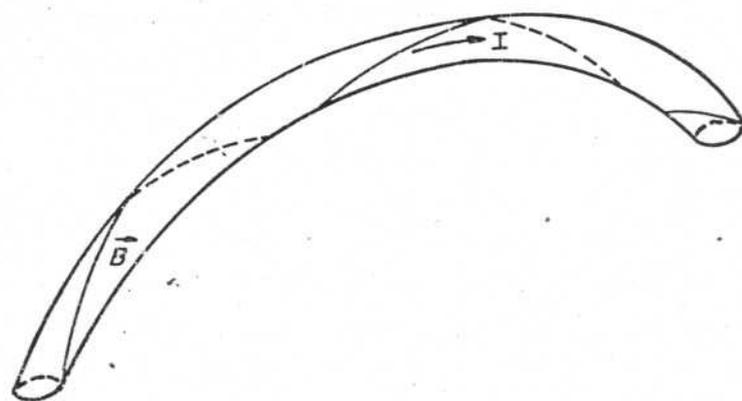


Figura II.6: Esboço da Proeminência com Campo Hélico

## Bibliografia

- [1] V. S. Bashkirtsev, N. I. Kobanov, and G. P. Mashnich. *Solar Phys.*, 82:443, (1983).
- [2] A. Brown. *Astrophys. J.*, 128:646, (1958).
- [3] N. U. Crooker and L. Siscoe. page 193. Volume III, D. Reidel Pub. Co., (1986).
- [4] R. E. Dickinson. page 155. Volume III, D. Reidel Pub. Co., (1986).
- [5] F. Dyson. *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*, 91:239, (1930).
- [6] J. W. Harvey. PhD thesis, Univ. Colorado, (1969).
- [7] C. L. Hyder. *Z. Astrophys.*, 63:78, (1966).
- [8] J. Kleczek. In K. O. Kiepenheuer, editor, *Structure and Development of Solar Active Regions: IAU Symp*, page 280, (1968).
- [9] J. Kleczek and M. Kuperus. *Solar Phys.*, 6:72, (1969).
- [10] D. A. Landman, S. J. Edberg, and D. C. Laney. *Astrophys. J.*, 218:888, (1977).
- [11] J. M. Malherbe, B. M. Schmieder, and P. Mein. *Astron. Astrophys.*, 102:124, (1981).

- [12] J. M. K. Malville and M. Schindler. *Solar Phys.*, 70:115, (1981).
- [13] E. N. Parker. *Astrophys. J.*, 138:552, (1958).
- [14] H. Ramsey and S. F. Smith. *Astron. J.*, 71:197, (1966).
- [15] H. Ramsey and S. F. Smith. *Astron. J.*, 70:688, (1965).
- [16] G. C. Reid. page 251. Volume III, D. Reidel Pub. Co., (1986).
- [17] A. A. Shiptalnaya and F. Tifrea. *Stud. di Cerc. Astron.*, 16:31, (1971).
- [18] E. Tandberg-Hansen. "*Solar Prominences*". D. Reidel Pub. Co., (1974).
- [19] B. Vršnak. *Solar Phys.*, 94:289, (1984).
- [20] B. Vršnak, V. Ruždjak, R. Brajša, and F. Zloch. *Solar Phys.*, 127:119, (1990).
- [21] Yu. D. Zhugzhda, N. V. Larionov, and M. M. Makhmudov. *Soln. Dann.*, 7:98, (1979).

## Capítulo III

# ONDAS DE ALFVÉN

### III.1 Introdução

Existem muitos tipos de oscilações que podem se propagar no plasma, dentre as quais uma das mais estudadas é, sem dúvida, a onda de Alfvén. Desde quando foi proposta por Hannes Alfvén (1942) [1], sua aplicação à astrofísica e aos plasmas de laboratório vem crescendo consideravelmente. É bastante compreensível que as ondas de Alfvén sejam tão investigadas: em qualquer plasma magnetizado as ondas de Alfvén podem se propagar como modos normais. A sua participação nas explicações da totalidade dos fenômenos que ocorrem dentro de plasmas magnetizados pode ser pequena, porém, como 99% da matéria do Universo está no estado de plasma e sendo o Universo permeado por campo magnético é certo que a importância das ondas de Alfvén seja grande. O mesmo pode-se dizer dos plasmas de laboratório, que normalmente estão imersos em um campo magnético e dando origem a ondas de Alfvén.

As ondas de Alfvén podem ser obtidas através da teoria magnetohidrodinâmica (MHD). Sabe-se que os resultados desta teoria dependem da geometria adotada, por isso quando se estuda as ondas de Alfvén usando teoria MHD deve-se levar isto em consideração. Por isso, quando se estuda as ondas de Alfvén em coordenadas planas é visto um certo tipo de onda; porém, ao se considerar uma geometria

cilíndrica se vê as ondas de forma diferente. Neste capítulo é estudada a equação MHD e a partir dela estudamos as relações de dispersão das ondas.

## III.2 Teoria Magnetohidrodinâmica Ideal

Para melhor compreensão das ondas de Alfvén é apresentado um resumo da teoria MHD ideal. A teoria MHD considera o plasma como um fluido único com grande condutividade dentro de um campo magnético, com temperatura isotrópica, restringindo-se a oscilações relativamente lentas no tempo e no espaço (Sakanaka (1981)) [13]. A teoria MHD resistiva é descrita pelas seguintes equações:

Continuidade,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{V} = 0 \quad (\text{III.1})$$

Conservação de momentum,

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{J} \times \vec{B} - \nabla p - \nabla \cdot \vec{\pi} \quad (\text{III.2})$$

Lei de Ohm,

$$\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B} = \eta \vec{J} \quad (\text{III.3})$$

Equações pré-Maxwellianas,

$$\nabla \times \vec{E} = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{III.4})$$

$$\nabla \times \vec{B} = \vec{J} \quad (\text{III.5})$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{III.6})$$

Equação de Energia (Equação de Estado, quando  $\eta = 0$ ),

$$\frac{d}{dt} p \rho^{-\gamma} = -\frac{2}{3} \eta \rho^{-\gamma} \vec{J}^2 \quad (\text{III.7})$$

onde  $\rho$  é a densidade de massa,  $\vec{V}$  é a velocidade do fluido,  $t$  é o tempo,  $\vec{B}$  é o campo magnético,  $\vec{E}$  é o campo elétrico,  $p$  é a pressão do fluido,  $\vec{J}$  é a densidade de corrente elétrica,  $\eta$  é a resistividade do fluido, que no caso MHD ideal é zero,  $\gamma = 5/3$  é a razão dos calores específicos e  $\nabla \cdot \vec{\pi}$  é o termo de viscosidade.

As equações (III.1) a (III.7) constituem um sistema de 14 equações e 14 incógnitas, portanto o sistema está completo e é possível a sua solução.

Para deduzir a equação geral usamos a seguinte aproximação. Linearizamos todas as grandezas supondo que podemos escrever todas da seguinte forma:

$$\vec{G}(\vec{x}, t) = \vec{G}_0(\vec{x}) + \vec{G}_1(\vec{x}, t) + \dots \quad (\text{III.8})$$

onde  $\|\vec{G}_1\| \ll \|\vec{G}_0\|$ .

Substituindo todas as grandezas na forma linearizada, equação (III.8), nas equações de (III.1) a (III.6), fazendo as demais substituições e considerando que  $\vec{V}_0 = 0$ , se obtém para a equação perturbada de primeira ordem a seguinte expressão:

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{V}_1}{\partial t^2} = \nabla \left\{ (\vec{V}_1 \cdot \nabla) p_0 + \gamma p_0 \nabla \cdot \vec{V}_1 \right\} + \left\{ (\nabla \times \vec{Q}) \times \vec{B}_0 + (\nabla \times \vec{B}_0) \times \vec{Q} \right\} \quad (\text{III.9})$$

onde

$$\vec{Q} = \nabla \times (\vec{V}_1 \times \vec{B}_0). \quad (\text{III.10})$$

Usualmente, ao invés do vetor velocidade perturbada  $\vec{V}_1$  é usado o vetor deslocamento  $\vec{\xi} (= \vec{x} - \vec{x}_0)$ , pois levando em consideração que, em primeira ordem,  $\vec{V}_1(\vec{x}, t) = \partial \vec{\xi}(\vec{x}, t) / \partial t$ . Voltando à equação (III.9) é visto que todos os termos contêm  $\vec{V}_1$  de modo que, a menos de uma constante de integração e supondo a reversibilidade do modelo, é possível escrever a equação (III.9) como:

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{\xi}}{\partial t^2} = \nabla \left\{ (\vec{\xi} \cdot \nabla) p_0 + \gamma p_0 \nabla \cdot \vec{\xi} \right\} + \left\{ (\nabla \times \vec{Q}) \times \vec{B}_0 + (\nabla \times \vec{B}_0) \times \vec{Q} \right\}. \quad (\text{III.11})$$

Aqui é interessante se redefinir a quantidade  $\vec{Q}$ . Voltando a expressão que conjuga a lei de Ohm com as equações de Maxwell, temos:

$$\partial \vec{B}_1 / \partial t = \nabla \times (\vec{V}_1 \times \vec{B}_0).$$

Supondo novamente que

$$\vec{V}_1 = \partial \vec{\xi} / \partial t$$

e considerando a reversibilidade no tempo, pode-se dizer que, a menos de uma constante arbitrária, a equação (III.10) pode ser escrita como  $\vec{B}_1 = \nabla \times (\vec{\xi} \times \vec{B}_0)$ , ou seja, a quantidade  $\vec{Q}$  é identificada como o vetor campo magnético perturbado.

A partir da equação do movimento linearizada para a teoria MHD ideal, substituindo os coeficientes da equação (III.11) por suas funções de equilíbrio é obtida a equação de autovalor.

### III.3 As Ondas MHD num Plasma Homogêneo, Infinito e sem Corrente de Equilíbrio

Para este caso são usadas coordenadas planas e se supõe que todas as quantidades são funções do tipo:  $F(\vec{r}, t) = F_0 \exp(-i\omega t + ik_x x + ik_y y + ik_z z)$ , onde  $\omega$  é real,  $k_x$ ,  $k_y$  e  $k_z$  são os vetores de onda nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente, e que  $V_0 = 0$ ,  $J_0 = 0$  e  $\vec{B} = (0, 0, B_z)$ .

Pode-se demonstrar que a equação (III.11) é Hermitiana, isto é,  $\omega^2$ , que é o seu autovalor, é real, podendo ser positivo ou negativo.

Aplicando  $\exp(-i\omega t)$  para o termo da esquerda da equação (III.11), temos:  $\rho \partial^2 \vec{\xi} / \partial t^2 = -\rho \omega^2 \vec{\xi}$ . É interessante notar que neste caso  $\vec{B} = (0, 0, B_z)$  onde  $B$ ,  $p$  e  $\rho$  são constantes implicando que  $\nabla p = 0$  e  $\nabla \times \vec{B}_0 = 0$ . Então a equação (III.11) se simplifica bastante e pode ser escrita como:

$$-\rho \omega^2 \vec{\xi} = \nabla \{ \gamma p_0 \nabla \cdot \vec{\xi} \} + (\nabla \times \vec{Q}) \times \vec{B}_0. \quad (\text{III.12})$$

A equação (III.12) é uma equação vetorial que pode ser escrita na forma matricial:

$$-\rho\omega^2 \begin{pmatrix} \xi_x \\ \xi_y \\ \xi_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -k_x^2 V^2 & -k_x k_y V^2 & -k_x k_z v_s^2 \\ -k_x k_y V^2 & -k_y^2 V^2 & -k_y k_z v_s^2 \\ -k_x k_z v_s^2 & -k_y k_z v_s^2 & -k_z^2 v_s^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_x \\ \xi_y \\ \xi_z \end{pmatrix} \quad (\text{III.13})$$

onde  $v_A^2 = B^2/\rho$ ,  $v_s^2 = \gamma p/\rho$ ,  $V^2 = v_A^2 + v_s^2$ .

Para que esta equação tenha solução não trivial é necessário que o determinante da matriz, que representa o sistema, seja igual a zero. Esta condição nos dá a relação de dispersão:

$$(\omega^2 - k_z^2 v_A^2) [\omega^4 - k^2 (v_A^2 + v_s^2) \omega^2 + k_z^2 k^2 v_A^2 v_s^2] = 0 \quad (\text{III.14})$$

onde  $k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$ .

A equação (III.14) tem três soluções:

$$\omega^2 = k_z^2 v_A^2 \quad (\text{III.15})$$

que é a onda de Alfvén de cisalhamento (ou modo intermediário) e

$$\omega^2 = \omega_{s,f}^2 = \frac{1}{2} k^2 V^2 \left[ 1 \pm \left[ 1 - \frac{4k_z^2 v_A^2 v_s^2}{k^2 V^4} \right]^{1/2} \right], \quad (\text{III.16})$$

onde o índice  $s$  se refere ao sinal “-” e o índice  $f$  se refere ao sinal “+”, são ondas magnetossônicas lenta e rápida, respectivamente.

### III.3.1 A onda de Alfvén de cisalhamento

A relação de dispersão da onda de Alfvén de cisalhamento é dada pela equação (III.15) que pode ser reescrita como:

$$\omega^2 = v_A^2 k^2 \cos^2 \theta \quad (\text{III.17})$$

onde  $\cos\theta = k_z/k$ . Sendo  $\theta$  o ângulo entre o vetor de onda total e a direção do eixo  $z$  podemos deduzir como a frequência se comporta em relação ao ângulo de propagação.

A onda lenta e a onda rápida também podem ter sua relação de dispersão escrita em função do ângulo de propagação  $\theta$ :

$$\omega_{s,f}^2 = \frac{1}{2} \left\{ 1 \pm \left[ 1 - \frac{4v_A^2 v_s^2 \cos^2 \theta}{V^4} \right]^{1/2} \right\} k^2 V^2. \quad (\text{III.18})$$

### III.3.2 A onda de Alfvén compressional

As equações (III.17) e (III.18) merecem um estudo mais detalhado. Vejamos os seguintes casos: a)  $\theta = 0$ : temos a onda de Alfvén e as ondas magnetossônicas. b)  $\theta = \pi/2$  ou  $3\pi/4$ : não há onda de Alfvén e nem a onda lenta; somente persiste a onda rápida

$$\omega_f^2 = k^2 V^2. \quad (\text{III.19})$$

A equação (III.19) pode ser escrita por extenso  $\omega_f^2 = k^2(v_A^2 + v_s^2)$ . Se  $v_A \gg v_s$ , a relação de dispersão pode então ser escrita  $\omega_f^2 = k^2 v_A^2$ , que é conhecida como onda de Alfvén compressional. Isto significa que a pressão magnética é grande comparada com a pressão do plasma. O modo compressional da onda Alfvén resulta principalmente da compressão das linhas de força do campo magnético. A onda de cisalhamento resulta da oscilação da linha de campo magnético, como se fosse um elástico esticado.

## III.4 Onda de Alfvén em Plasmas Infinitos Não Homogêneos e sem Corrente

Ainda usando a geometria plana podemos supor que numa das direções (e.g.  $x$ ) o equilíbrio não é homogêneo. Esta não homogeneidade poderia ser, por exemplo, duas placas condutoras, uma variação no valor do campo magnético ou uma variação da densidade nessa direção. Isto significa que não se pode mais escrever todas as grandezas na forma  $F(\vec{r}, t) = F_0 \exp(-i\omega + ik_z z + ik_y y + ik_x x)$ , mas temos que passar a escrever assim:  $F(\vec{r}, t) = F(x) \exp(-i\omega + ik_z z - ik_y y)$  e as derivadas

com relação a  $x$  são mantidas e não podem mais ser substituídas por  $ik_z$ . Por isso agora quando for calcular o determinante da equação geral como no caso da equação (III.13), se obtém não uma equação algébrica mas uma equação diferencial de segunda ordem, veja por exemplo Goedbloed (1979) [7].

Para melhor estabelecer as idéias podemos tomar um plasma infinito na direção de  $y$  e  $z$ , porém limitado na direção de  $x$  por duas placas, situadas em  $x = \pm a$ . É suposto ainda que o campo magnético seja da forma  $\vec{B} = (0, B_y(x), B_z(x))$  e que a pressão e a densidade sejam função de  $x$  ( $p = p(x)$  e  $\rho = \rho(x)$ ). Fazendo agora o procedimento indicado obtemos a seguinte equação:

$$\frac{d}{dx} \left[ \frac{N}{D} \frac{d}{dx} \xi_x \right] + (\omega^2 - f^2 v_A^2) \xi_x = 0 \quad (\text{III.20})$$

onde

$$N = (\omega^2 - f^2 v_A^2) [V^2 \omega^2 - f^2 v_A^2 v_s^2] \quad (\text{III.21})$$

$$D = \omega^4 - k^2 V^2 \omega^2 + k^2 f^2 v_A^2 v_s^2 \quad (\text{III.22})$$

$$f = (k_y B_y + k_z B_z) / B \quad (\text{III.23})$$

$$g = (k_y B_z - k_z B_y) / B \quad (\text{III.24})$$

onde  $k^2 = k_y^2 + k_z^2$ .

Evidentemente o fator  $N/D$  escrito à frente do termo de mais alta derivada desempenha um importante papel na nossa equação. Observamos que quando  $N$  passa por um zero a equação diferencial é não normal. Portanto, quando  $N$  se torna zero em algum ponto, o problema deve ser tratado de uma maneira especial.

Para proceder esta análise a razão  $N/D$  é escrita da seguinte forma

$$\frac{N}{D} = V^2 \frac{[\omega^2 - \omega_A^2(x)][\omega^2 - \omega_s^2(x)]}{[\omega^2 - \omega_I^2(x)][\omega^2 - \omega_{II}^2(x)]} \quad (\text{III.25})$$

onde

$$\omega_A^2 = f^2 v_A^2,$$

$$\begin{aligned}\omega_s^2 &= f^2 \frac{v_A^2 v_s^2}{V^2}, \\ \omega_{I,II}^2 &= \frac{1}{2} k^2 V^2 \left[ 1 \pm \left[ 1 - \frac{4f^2 v_A^2 v_s^2}{k^2 V^4} \right]^{1/2} \right].\end{aligned}\quad (\text{III.26})$$

Agora as quatro frequências ( $\omega_A^2$ ,  $\omega_s^2$ ,  $\omega_I^2$ ,  $\omega_{II}^2$ ) dependem de  $x$  através das quantidades  $f^2(x)$ ,  $v_A^2(x)$  e  $V_s^2(x)$ .

Quando  $N = 0$ , passa-se a ter um problema de espectro contínuo de soluções para a equação diferencial, ou seja, se tem um conjunto impróprio de autovalores da equação. Enquanto que, quando  $D = 0$ , se obtém dois conjuntos de valores que resultam na não Sturmianidade do operador. Estes dois conjuntos funcionam como separadores das outras regiões como mostramos na figura III.1.

Portanto, as conclusões importantes desta seção é que a introdução da não homogeneidade no plasma resulta em regiões de "espectro contínuo" [7,9,3]. Isto é muito importante, pois indica uma possível forma de se aquecer o plasma com as ondas de Alfvén.

### III.4.1 Mistura de fase e o modo de conversão

A equação (III.20) é uma equação de autovalor com os autovalores  $\omega^2$  e as autofunções  $\xi_x$ , correspondentes. Quando  $N$  for igual a zero em algum ponto a equação é singular neste ponto. A solução neste caso se obtém expandindo os coeficientes em torno deste ponto (Appert (1974)) [2].

Como  $N$  é uma função de  $\omega^2$  e  $x$  pode se escrever que existe  $x = x_A(\omega^2)$  para o qual  $\omega^2 = \omega_A^2(x)$  tal que  $N(x, \omega^2) = 0$ . Isto nos permite fazer uma expansão em torno deste ponto tal que:

$$N(x, \omega^2) = \alpha [x - x_A(\omega^2)] = \alpha s$$

onde  $s \equiv x - x_A(\omega^2)$  e  $\alpha$  é um fator constante dependente das funções de equilíbrio em  $s = 0$ . Próximo a esta singularidade a equação (III.20) se reduz a:

$$\frac{d}{ds} \left[ s \frac{d\xi_x}{ds} \right] - \beta s \xi_x = 0 \quad (\text{III.27})$$

onde  $\beta$  é um outro fator que depende das quantidades de equilíbrio em  $s = 0$ .

Pela equação (III.27) se pode analisar o comportamento de  $\xi_z$  próximo à singularidade e calcular o seu valor através de uma expansão em série. Uma das soluções independentes contém uma função logarítmica:

$$\begin{aligned}\xi_{z1} &= u(s, \omega^2) \quad (\text{pequena solução}) \\ \xi_{z2} &= u(s, \omega^2) \ln |s| + V(s, \omega^2) \quad (\text{grande solução})\end{aligned}$$

onde  $u$  e  $V$  são funções analíticas de  $s$ , onde a solução geral pode ser escrita como:

$$\begin{aligned}\xi_z &= [A_1 u + B_1(u \ln |s| + V)] H(s) + \\ & [A_2 u + B_2(u \ln |s| + V)] H(-s)\end{aligned} \quad (\text{III.28})$$

onde  $H(s)$  é a função degrau de Heaviside e  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B_1$  e  $B_2$  são constantes a serem determinadas pelas condições de contorno e a continuidade das soluções e suas derivadas primeiras.

Trazendo as 'condições de contorno' para a vizinhança do ponto singular,  $\xi_z(s = \pm s_1) = 0$ , onde  $s_1$  é um valor pequeno (isto é possível, pois, como a solução é singular no ponto  $s = 0$ , portanto a solução fora da sua vizinhança pode ser considerada desprezível) e supondo que  $\xi_z(0^-) = \xi_z(0^+)$ , temos a solução :

$$\begin{aligned}\xi_{xA}(x, \omega^2) &= C(\omega^2) \left\{ \left[ \ln \left[ \frac{x - x_A(\omega^2)}{x_1 - x_A(\omega^2)} \right] + \frac{v(s, \omega^2)}{U(s, \omega^2)} - \frac{v_1(\omega^2)}{U_1(\omega^2)} \right] \right. \\ & U(x, \omega^2) H(x_A(\omega^2) - x) + \\ & \left. \left[ \ln \left[ \frac{x - x_A(\omega^2)}{x_2 - x_A(\omega^2)} \right] + \frac{v(s, \omega^2)}{U(s, \omega^2)} - \frac{v_2(\omega^2)}{U_2(\omega^2)} \right] \right. \\ & \left. U(x, \omega^2) H(x - x_A(\omega^2)) \right\}\end{aligned} \quad (\text{III.29})$$

Para cada valor de  $\omega^2$  tal que  $N(x, \omega^2) = 0$  ocorre, pode ter uma solução do tipo (III.29). Foi mostrado por Tataronis e Grossmann (1973) e Hasegawa e Chen (1974) [16,11] que quando ocorrem estas soluções impróprias o plasma pode ser aquecido. Em um plasma quente o espectro contínuo desaparece e o aquecimento

é explicado pela conversão de modo da onda incidente para a onda Alfvén cinética (Hasegawa e Chen) (1974).

Portanto, a introdução de uma não homogeneidade faz surgir uma região de espectro contínuo que permite dissipar energia da onda mesmo usando a teoria MHD ideal (MHD não resistiva). Para fixar melhor as idéias basta analisar a figura II.2 onde desenhamos  $\xi_A(x, \omega)$  versus  $x$ . Uma questão que se destaca é que no ponto  $x_A$  a função é descontínua. Este tipo de comportamento auxilia a compreender o conceito de mistura de fase e absorção ressonante.

É usado o exemplo de uma não homogeneidade física (duas placas) colocadas numa direção para mostrar que isto leva a um comportamento completamente diferente das equações que regem o plasma. A introdução de quaisquer outros tipos de não homogeneidade (não homogeneidade de campo magnético ou densidade) acarretam o mesmo tipo de efeito.

### III.5 Ondas Magnetohidrodinâmicas em Plasmas Cilíndricos

Vimos na seção anterior como a não homogeneidade pode afetar o comportamento do plasma. Nesta seção procuramos estabelecer as alterações produzidas pela mudança na geometria. Para tal tomamos um plasma cilíndrico circundado por uma parede metálica ou espaço livre.

Seguindo o mesmo procedimento usado para a geometria plana, obtém-se a equação de Hain-Lüst (1958) [10], onde foram adotadas coordenadas cilíndricas  $r$ ,  $\theta$ , e  $z$ . Supõe-se que todas as quantidades perturbadas têm a mesma dependência  $\mathcal{F}(\vec{r}, t) = \mathcal{F}(r) \exp(-i\omega t + im\theta + ikz)$ . Denominando-se os deslocamentos de elementos de plasma em relação ao equilíbrio nas direções  $r$ ,  $\theta$ , e  $z$ , de  $\xi_r$ ,  $\xi_\theta$ , e  $\xi_z$  respectivamente, e usando o procedimento análogo àquele para coordenadas planas, pode-se chegar a uma equação somente em função de  $\xi_r$  que é a equação

de Hain-Lüst:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left\{ f(r) \frac{\partial}{\partial r} (r \xi_r) \right\} + g(r) (r \xi_r) = 0 \quad (\text{III.30})$$

onde

$$\begin{aligned} f(r) &= \frac{N}{rD} \\ N &= (\rho\omega^2 - F^2)q_B \\ D &= \rho^2\omega^4 - Hq_B \\ F &= \frac{m}{r}B_\theta + kB_z = (\vec{k} \cdot \vec{B}) \\ q_B &= \rho\omega^2(\gamma p + B^2) - \gamma p F^2 \\ H &= \frac{m^2}{r^2} + k^2 \\ g(r) &= (\rho\omega^2 - F^2) - r \frac{d}{dr} \left( \frac{B_\theta}{r} \right)^2 \\ &\quad + \frac{4k^2}{D} \left( \frac{B_\theta}{r} \right)^2 (q_B - \rho\omega^2 \gamma p) + r \frac{d}{dr} \left[ \frac{2kB_\theta}{r^2 D} G q_B \right] \\ G &= \frac{m}{r}B_z - kB_\theta. \end{aligned} \quad (\text{III.31})$$

Esta equação necessita dos perfis de equilíbrio para ser resolvida. Os perfis de equilíbrio satisfazem a equação

$$\frac{d}{dr} (p + B^2/2) + B_\theta^2/r = 0 \quad (\text{III.32})$$

onde  $B^2 = B_z^2 + B_\theta^2$ .

Aqui temos três quantidades  $p$ ,  $B_z$  e  $B_\theta$  e uma equação. Arbitram-se dois perfis e calcula-se o terceiro usando a equação (III.32). Além disso, é preciso assumir um perfil para  $\rho$ , o qual é normalmente determinado pelas condições físicas do problema.

Para obter a solução da equação precisamos das condições de contorno. Pode-se considerar uma fronteira fixa ou fronteira livre cuja escolha está vinculada à escolha do modelo físico adotado.

Um passo importante no estudo da estabilidade do plasma foi dado por Sakanaka e Goedbloed (1974) [14,8]. Nesses trabalhos foi estabelecido um novo critério chamado de *o critério de estabilidade sigma*, e abriu caminho para o estudo de estabilidade em tokamaks com uma nova técnica numérica. Esses trabalhos permitiram um estudo mais cuidadoso do espectro contínuo referido por Grad (1974) [9], que sugeriu a existência de quatro regiões de contínuo. Verificou-se porém que há somente duas regiões do contínuo (Appert (1974)) [2]. Continuando esta análise Goedbloed (1975) [6] fez a previsão dos modos discretos que depois foram encontrados experimentalmente no tokamak da Universidade de Texas em Austin. A partir daí surgiu a idéia de se usar estes modos para o aquecimento do plasma. Tal idéia foi desenvolvida pelo grupo do CRPP na Suíça onde foram desenvolvidos códigos numéricos e o experimento TCA (Tokamak Chauffage Alfvén), De Chambrier et al. (1982) [5], Ross et al. (1982) [12].

Um exame da equação (III.30) permite a determinação da faixa do contínuo. Esta é determinada resolvendo a equação  $N(r, \omega^2) = 0$ . O contínuo é o conjunto de pontos no espaço de  $\omega$  onde esta equação se satisfaz. Explicitamente:

$$(\rho\omega^2 - F^2)q_B = 0$$

ou seja, uma das faixas do contínuo fica determinada por:

$$\omega^2 = \frac{F(r)^2}{\rho(r)}. \quad (\text{III.33})$$

A outra faixa do contínuo é determinada por  $q_B = 0$ .

Os zeros do fator  $D$  apenas determinam a região onde o operador deixa de ser Sturmiano e não produzem um contínuo.

Quando for considerado um plasma cilíndrico homogêneo e sem corrente de equilíbrio a equação (III.32) se simplifica e passa a ter a seguinte solução:  $p - B_z^2 = \text{constante}$ . A equação (III.30) se simplifica pois  $f(r)$  e  $g(r)$  passam a ser constantes e pode ser reescrita na seguinte forma

$$\frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} [r\xi_r] \right\} - \frac{g}{f} [r\xi_r] = 0. \quad (\text{III.34})$$

Esta equação pode ser resolvida analiticamente. Dela pode-se obter a relação de dispersão, que se pode comparar com o que é conhecido por análise WKB, onde se substitui  $\frac{\partial}{\partial r} \sim ik_r$  e daí obter-se a relação de dispersão. Fazendo este procedimento para a equação (III.34), encontra-se a seguinte relação da onda de Alfvén compressional:

$$\omega^2 = k^2(v_A^2 + v_s^2). \quad (\text{III.35})$$

No caso das ondas MHD num plasma cilíndrico difuso e sem corrente de equilíbrio toma-se novamente a equação (III.30) e se faz uma análise WKB, como no caso precedente, obtendo-se uma relação de dispersão para três ondas:

$$[\omega^2 - \omega_{msl}^2] [\omega^2 - \omega_A^2] [\omega^2 - \omega_{msr}^2] = 0 \quad (\text{III.36})$$

que são as ondas magnetossônica ( $\omega_{msl}^2$ ) a onda torcional<sup>1</sup> de Alfvén ( $\omega_A^2$ ) e a onda magnetossônica rápida ( $\omega_{msr}^2$ ).

### III.6 Ondas de MHD em Plasmas Cilíndricos Não Homogêneos e com Corrente de Equilíbrio

Nesta seção é resolvida a equação (III.30) completa, não só levando-se em conta a corrente mas também o seu perfil, pelo método WKB. O resultado obtido é:

$$[\omega^2 - \omega_{msl}^2] [\omega^2 - \omega_{dA}^2] [\omega^2 - \omega_{msr}^2] = 0 \quad (\text{III.37})$$

que são as ondas magnetossônica ( $\omega_{msl}^2$ ), a *onda discreta de Alfvén* ( $\omega_{dA}^2$ ), que é a onda torcional de Alfvén modificada, e a onda magnetossônica rápida ( $\omega_{msr}^2$ ), onde

$$\omega_{msl}^2 = k_T^2 v_A^2 + s - e$$

<sup>1</sup>Onda torcional é um caso particular da onda de Alfvén de cisalhamento que se propaga em um plasma cilíndrico com campo magnético uniforme; ver T. H. Stix, Phys. Rev., **106**:1146 (1957).

$$\begin{aligned}
\omega_{dA}^2 &= k_{\parallel}^2 v_A^2 + e \\
\omega_{msr}^2 &= H v_A^2 - s \\
H &= m^2/r^2 + k^2 \approx m^2/r^2 \\
v_A^2 &= B^2/\rho \\
k_T^2 &= H + k_r^2 \\
b &= B_{\theta}/r \\
k_{\parallel}^2 v_A^2 &= F^2/\rho \\
&= [mb(r) + kB_z]^2/\rho \\
s &= 4kbmB_z/(r^2 k_r^2 \rho) \\
e &= -[4k^2 b^2 - 2k(bt/r)mB_z - Hr(b^2)']/(k_T^2 \rho) \quad (\text{III.38})
\end{aligned}$$

onde a plica significa a derivação em relação a  $r$ .

A grande diferença entre esta tese e os trabalhos de Appert et al. (1982) [3,4] é: no caso dos trabalhos de Appert a onda discreta não vinha como uma correção da onda torcional, mas sim como uma nova onda, e a onda rápida não aparecia. No caso da seção III.5, onde foi estudada a propagação de ondas em plasmas cilíndricos com campo magnético homogêneo, o modo torcional de Alfvén (III.36) está imerso no contínuo (contínuo reduzido a um único ponto por causa da homogeneidade). Quando se introduz uma corrente ao longo do plasma, introduz-se uma certa não homogeneidade e a consequência disso é a saída da onda torcional (modificada) da região de contínuo tornando-se um modo discreto. Esta solução é aproximada, mas já dá uma primeira aproximação do que se deverá encontrar quando se fizer um tratamento mais preciso por método numérico.

### III.7 Solução das Ondas Discretas por Métodos Numéricos

A solução da equação (III.30) só é possível através de métodos numéricos, pois não se conhece a solução analítica para esta equação quando na sua forma mais completa.

Por isso desenvolveu-se um programa capaz de resolver esta equação de forma geral para quaisquer valores de  $\beta$  e de corrente. Até o momento só havia solução para o caso de baixo  $\beta$  e pequeno valor de corrente, que é o caso de interesse para a fusão termonuclear controlada. O mesmo não pode ser dito no caso da astrofísica. Foi pensando principalmente nas aplicações astrofísicas que foi desenvolvido este método. Outra característica do método é a possibilidade de se resolver o problema usando condições de contorno tanto para fronteira fixa (para modos internos) como para fronteira livre (para modos externos). O método usado é de diferenças finitas onde inicialmente foi arbitrado um valor de  $\omega$  e resolvida a equação e vendo-se como se comporta a autofunção ( $\xi_r$ ) principalmente na região de fronteira, onde se impôs as condições de contorno. Através da diferença do que foi calculado para o resultado esperado, o programa reajusta o valor de  $\omega$  e faz uma nova iteração até que o resultado convirja dentro da precisão especificada. Através deste método podemos estudar a variação dos valores das autofrequências com a corrente e os vetores de onda conforme mostrado nas figuras III.3 a III.6. Este método também está sendo aplicado ao estudo de ondas de Alfvén em plasmas de laboratório (Shigueoka (1991)) [15].

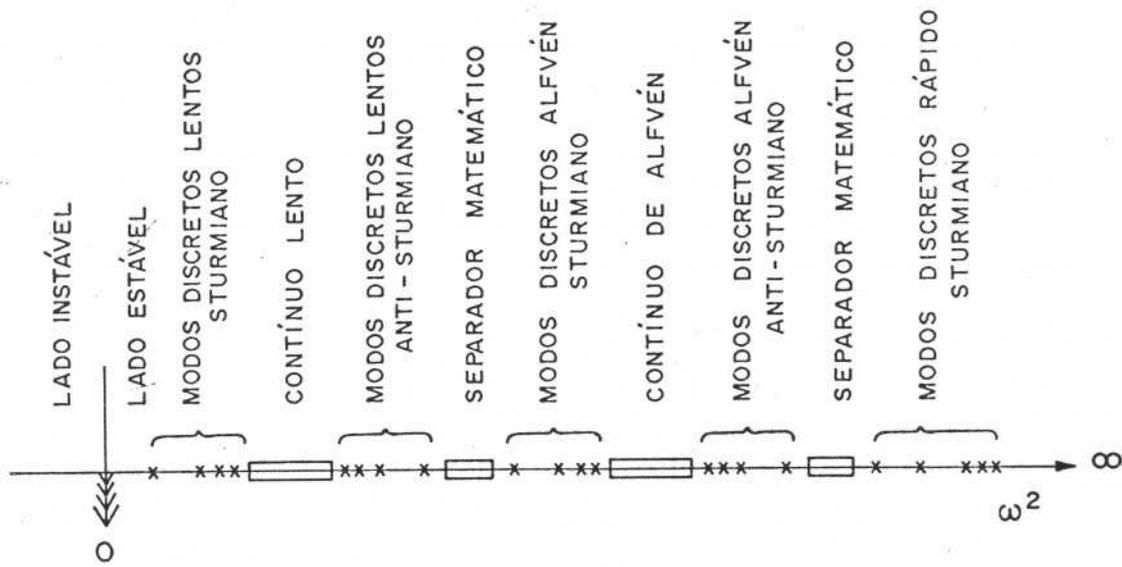


Figura III.1: Espectro de Freqüências MHD para um Plasma Cilíndrico Difuso

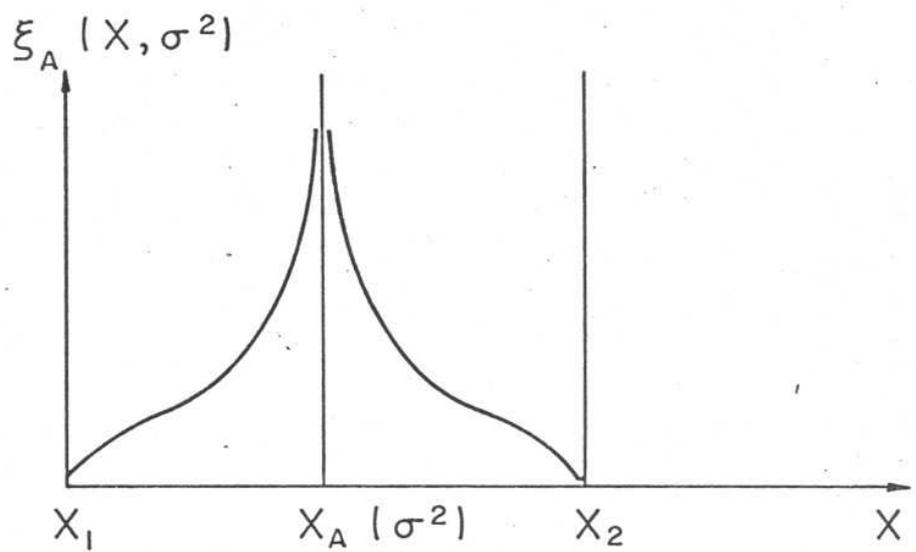


Figura III.2: Esboço da Perturbação  $\xi(x, \omega)$ , em função de  $x$ , mostrando a descontinuidade da função

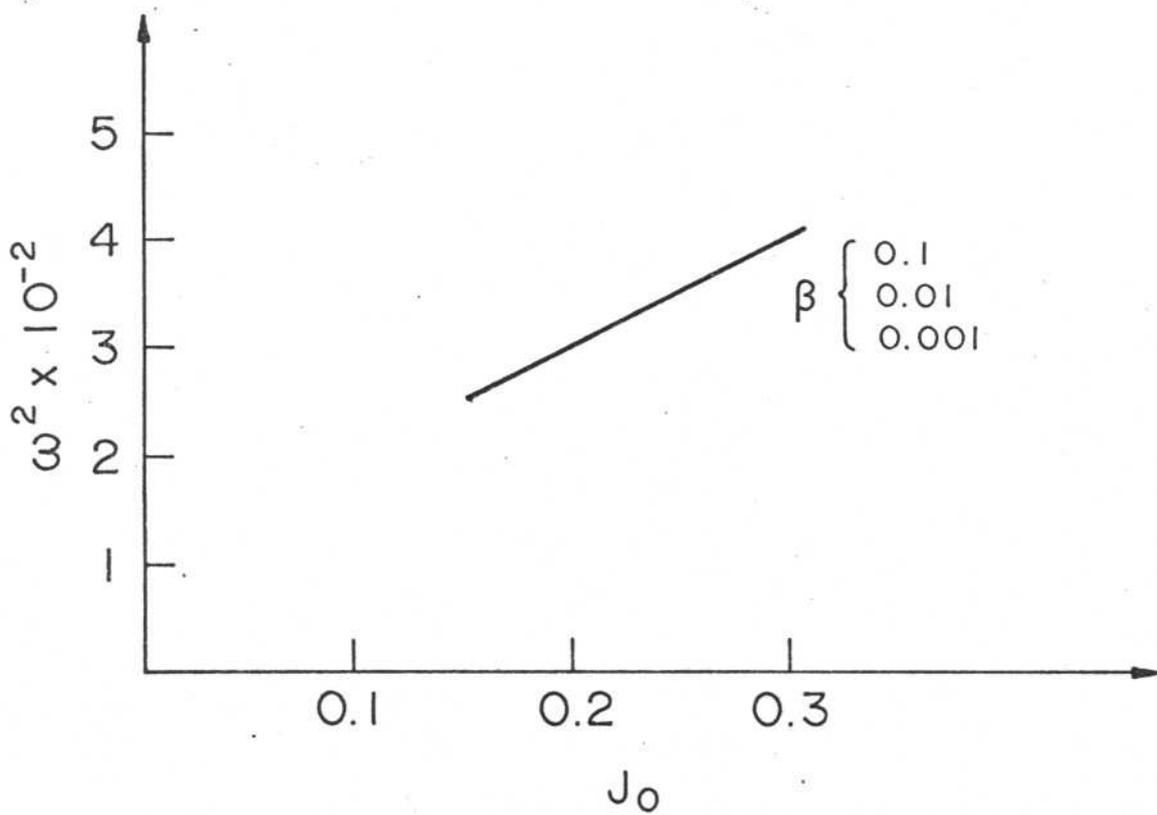


Figura III.3: Variação da frequência da onda discreta de Alfvén com a corrente

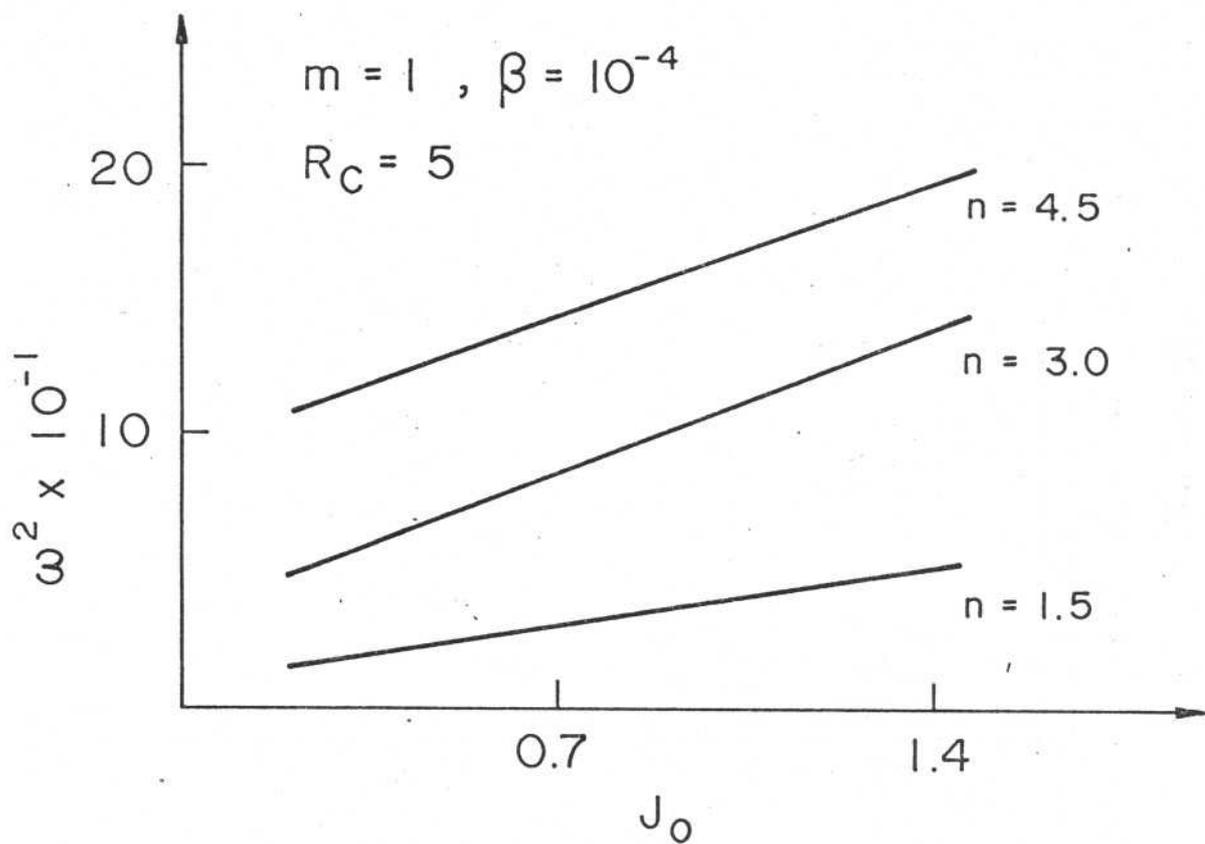


Figura III.4: Variação da frequência da onda discreta de Alfvén com a corrente com razão de aspecto  $R_c = 5$

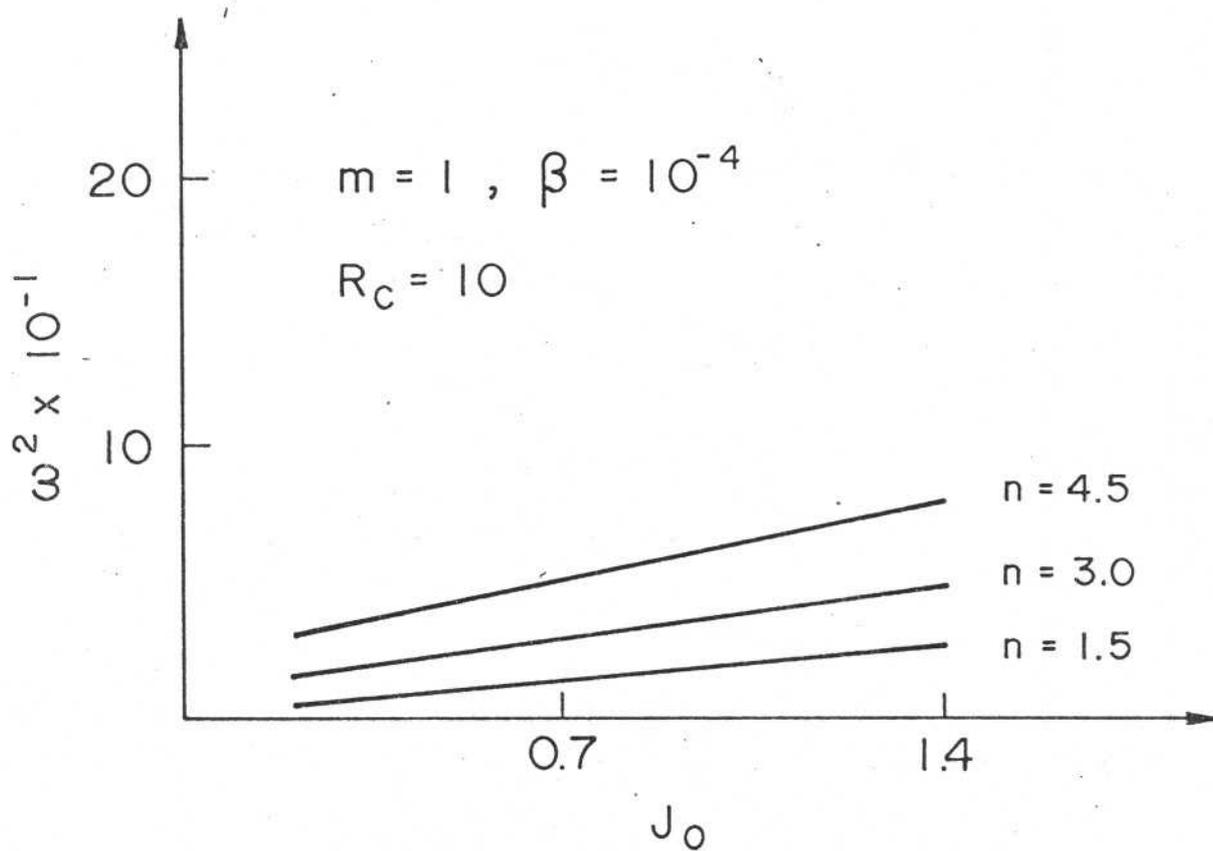


Figura III.5: Variação da frequência da onda discreta de Alfvén com a corrente com razão de aspecto  $R_c = 10$

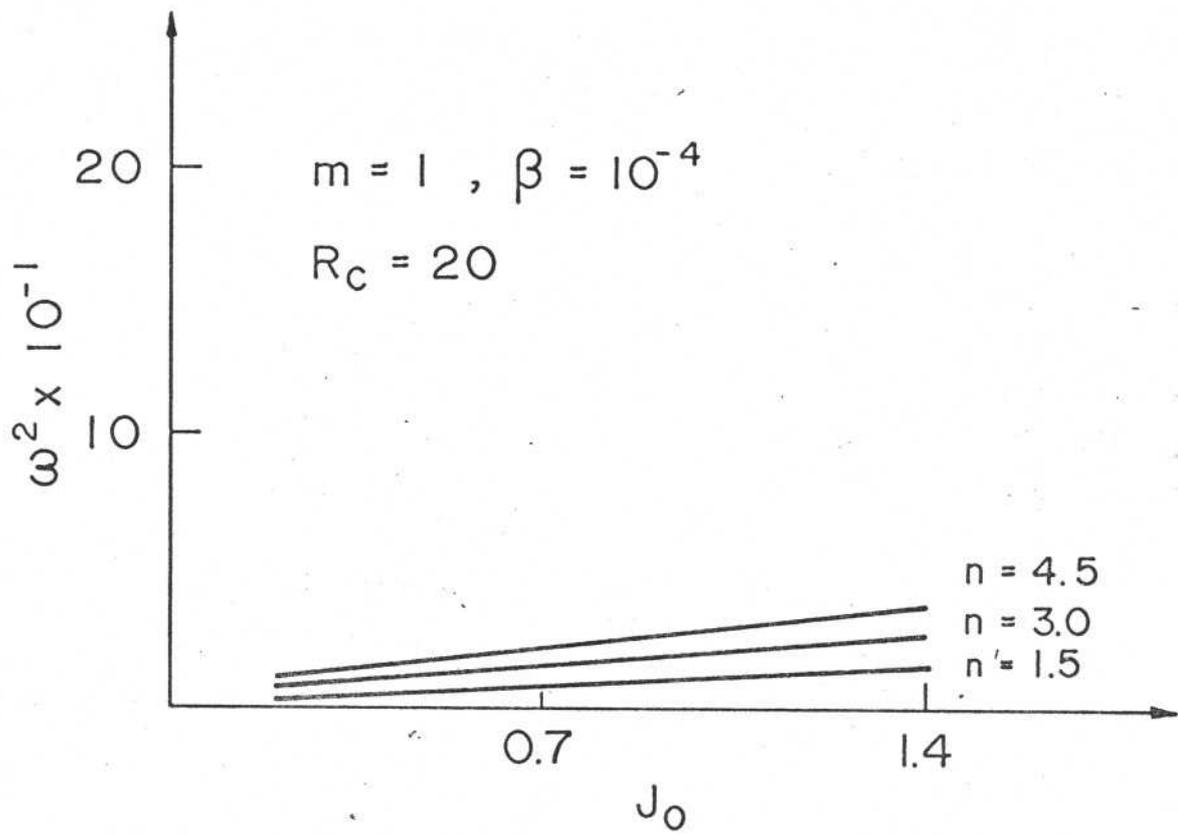


Figura III.6: Variação da frequência da onda discreta de Alfvén com a corrente com razão de aspecto  $R_c = 20$

## Bibliografia

- [1] H. Alfvén. *Nature*, 150:405, (1942).
- [2] K. Appert, R. Gruber, and J. Vaclavik. *Phys. Fluids*, 17:1471, (1974).
- [3] K. Appert, R. Troyon, and J. Vaclavik. *Plasma Phys.*, 24:1142, (1982).
- [4] K. Appert, R. Troyon, and J. Vaclavik. *Proceedings of the 3rd Joint Varena, Grenoble International Symposium, EUR 7979EN*, I:203, (1982).
- [5] A. De Chambrier, A. Heym, F. Hofmann, B. Joye, R. Keller, A. Lietti, J. B. Lister, P. D. Morgan, N. J. Peacock, and M. J. Stamp. *Plasma Phys.*, 24:893, (1982).
- [6] J. P. Goedbloed. *Phys. Fluids*, 18:1258, (1975).
- [7] J. P. Goedbloed. *Lecture Notes on Ideal MHD*. Universidade Estadual de Campinas, (1979).
- [8] J. P. Goedbloed and P. H. Sakanaka. *Phys. Fluids*, 17:908, (1974).
- [9] H. Grad. *Proc. Natl. Acad. Sci., USA*, 70:3277, (1973).
- [10] K. Hain and R. Lüst. *Z. Naturfor.*, 13a:936, (1958).
- [11] A. Hasegawa and L. Chen. *Phys. Rev. Lett.*, 32:454, (1974).
- [12] W. D. Ross, G. L. Chen, and J. M. Mahajan. *Phys. Fluids*, 25:652, (1982).

- [13] P. H. Sakanaka. “*Modern Plasma Physics*”, chapter “Macroscopic Plasma Properties and Stability Theory”, pages 3–45. “International Atomic Energy Agency”, (1981).
- [14] P. H. Sakanaka and J. P. Goedbloed. *Physics Fluids*, 17:919, (1974).
- [15] H. Shigueoka. “*Estudo Espectral das Ondas de Alfvén em Plasma Cilíndrico Não Homogêneo*”. *Tese de Doutorado*, USP, São Paulo, (1991).
- [16] J. Tataronis and W. Grossmann. *Z. Physik*, 261:203, (1973).

## Capítulo IV

# ONDAS DISCRETAS DE ALFVÉN NAS PROEMINÊNCIAS SOLARES ARCIFORMES

### IV.1 Introdução

Ao se estudar o problema das oscilações das proeminências vê-se que o modelo ideal para as proeminências arciformes seria uma coluna de plasma semi-toroical, portando uma corrente na direção toroidal. Entretanto este é um modelo bastante complicado: contudo, pode-se fazer a aproximação da proeminência arciforme por uma coluna cilíndrica de plasma portando uma corrente axial de intensidade e perfis arbitrários e de  $\beta$  (razão entre a pressão cinética e magnética) arbitrário. Neste caso foram consideradas condições de contorno que permitam a presença de modos externos na coluna de plasma. Para resolver este problema foi usada a teoria magnetohidrodinâmica (MHD) ideal sendo a equação de equilíbrio a equação de balanço de pressão e as perturbações sobre o equilíbrio linearizadas supondo-se que as quantidades perturbadas possam ser escritas na forma  $F(r, \theta, z, t) = F(r) \exp(-i\omega t + im\theta + ikz)$ . Obtém-se, assim, uma equação do tipo Sturm-Liuville conhecida como equação de Hain-Lüst (1958). Uma relação de dispersão é obtida

utilizando a aproximação WKB. Para a obtenção deste resultado restringe-se a solução para o caso de pequena corrente  $B_\theta/B_z \ll 1$  e baixo  $\beta$  ( $\beta \ll 1$ ). Feito isto obtém-se três ondas: magnetossônica lenta e rápida e a discreta de Alfvén. Este resultado é interessante como resultado preliminar, para daí continuar uma análise mais profunda do problema via método numérico. Para uma análise mais profunda e rigorosa, deve-se resolver a equação diferencial, pois na análise WKB e nas aproximações subsequentes perdem-se muitas informações contidas na equação diferencial. Por isto, resolve-se a equação diferencial geral através de método numérico (“shooting method”) obtendo-se resultados que possibilitam uma análise espectral mais completa. Para a obtenção destes resultados tomam-se os perfis característicos para as proeminências solares arciformes, solucionando a equação e obtendo-se assim os modos discretos de Alfvén, os quais são mostrados na figura 3 do artigo anexo a este capítulo.

A solução da equação completa de Hain-Lüst para um caso geral, por si só já é importante para o avanço no conhecimento da física básica de plasma. Isto nos possibilita o estudo do efeito da corrente (intensidade e perfil) e de  $\beta$  na localização dos modos discretos. A importância desta análise espectral está em determinar as características dos modos que têm possibilidades de propagação sem amortecimento ao longo da coluna de plasma, em contraposição à bem conhecida e explorada onda de Alfvén que cai dentro do contínuo e é modo-convertida em outras ondas e sua energia absorvida rapidamente. Isto nos permite prever se um modo se amortecerá, aquecendo o plasma, ou se propagará como uma onda. O estudo do espectro MHD com a variação destes parâmetros é importante também para se determinar se os modos são ondas que se propagam ( $\omega^2 \gg 0$ ) ou são perturbações que crescem rapidamente, isto é, instabilidades ( $\omega^2 \ll 0$ ).

O aparecimento dos modos discretos pode-se dar em dois casos: através da presença da corrente ao longo da coluna de plasma ou através do efeito da frequência de ciclotron dos íons, ( $\omega/\omega_{ci} \neq 0$ ) não desprezível. Esta onda, apesar de ter sua

frequência próxima da frequência da onda 'torcional' de Alfvén, sua polarização é diferente, pois a onda discreta de Alfvén é transversal com pequena componente compressional ( $b_z \cong 0$ ) e  $k_{\perp} \neq 0$ . Esta última propriedade ( $k_{\perp} \neq 0$ ) possibilita um grande amortecimento via viscosidade.

Observa-se na figura 3 do artigo anexo que a diferença entre a frequência do modo discreto e o limite inferior do contínuo é muito pequena em termos de valor numérico, embora haja uma diferença de características muito grande entre o modo discreto e o torcional. Observa-se nesta figura que esta diferença de frequência, isto é, o quanto a frequência do modo discreto dista do contínuo, é monotonicamente crescente com a amplitude da corrente do plasma ao longo da coluna. Desta forma possibilita sugerir um experimento para verificação observacional da variação da frequência de oscilação em função da amplitude da corrente e comparar o resultado com esta análise.

Evidentemente o modelo ainda pode ser melhorado através da consideração do efeito da toroidicidade, da inclusão de antenas (fontes) nos pés das proeminências, da consideração de tampas rígidas na fronteira proeminência-superfície do Sol, e outras, melhorando assim sua capacidade de prever resultados. Portanto, este trabalho deve ser visto como sendo o primeiro passo na direção de modelar o problema.

## IV.2 Trabalho Publicado I

# DISCRETE ALFVÉN WAVES IN SOLAR LOOP PROMINENCES

CARLOS A. DE AZEVEDO<sup>1,3</sup>, ALTAIR S. DE ASSIS<sup>2,3</sup>,  
and HISATAKI SHIGUEOKA<sup>3</sup>

and

PAULO H. SAKANAKA

*Instituto de Física, Universidade Estadual de Campinas, Caixa Postal 6165, 13081, Campinas, SP, Brazil.*

(Received 17 October, 1989; in revised form 6 August, 1990)

**Abstract.** It is shown that a discrete Alfvén wave can explain the natural oscillations of solar loop prominences by considering the existence of a current flow. Discrete Alfvén waves are a new class of Alfvén waves which is described by the inclusion of the finite ion cyclotron frequency ( $\omega/\omega_{ci} \neq 0$ ) and/or the equilibrium plasma current. In this paper we consider only the effect of the current since in solar prominences  $\omega/\omega_{ci} \approx 0$ . We have modeled the solar prominences as a cylindrical plasma, surrounded by vacuum (corona), with  $L \gg a$  where  $L$  and  $a$  are the plasma column, length, and radius, respectively. We have calculated the spectrum of the discrete Alfvén waves as function of the magnitude and shape of the plasma current.

## 1. Introduction

Discrete Alfvén waves are a new class of stable Alfvén waves which is described by the inclusion of the finite ion cyclotron frequency ( $\omega/\omega_{ci} \neq 0$ ) terms or considering the equilibrium plasma current (Appert and Vaclavik, 1987). These waves are sensitive to the equilibrium magnetic field geometry. Experimental (De Chambrier *et al.*, 1982) and numerical (Ross, Chen, and Mahajan, 1982) results concerning the antenna loading of tokamak plasmas show the evidence of resonance peaks at frequencies just below the Alfvén continuum (Appert *et al.*, 1982a, b). The resulting peaks are related to the excitation of discrete eigenmodes of the Alfvén wave. In solar plasmas the evidence of global oscillations that might be associated with discrete Alfvén waves was reported by Balthazar *et al.* (1986) and Koutchmy, Zhugzhda, and Locans (1983).

Since it is reasonable to assume that a current is flowing along the solar loop prominences (Tandberg-Hanssen, 1974) and that it allows the propagation of the discrete Alfvén modes, we propose that this propagation is the cause of the natural oscillations of prominences. It should also be mentioned that no completely convincing theory for oscillations in loop prominences has yet appeared. The MKSA system of units is used throughout this paper, but for simplicity we make  $\mu_0 = 1$ . If need arises to calculate the quantities in the conventional system of units one must divide  $B^2$  terms by the correct  $\mu_0$ .

<sup>1</sup> Instituto de Física, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, 20550, Rio de Janeiro, RJ, Brazil.

<sup>2</sup> Instituto de Matemática, Universidade Federal Fluminense, 24010, Niterói, RJ, Brazil.

<sup>3</sup> Instituto de Física, Universidade Federal Fluminense, 24024, Niterói, RJ, Brazil.

In Section 2 we discuss semi-quantitatively the discrete Alfvén wave dispersion relation for the case of small magnetic twist. In Section 3 we present the numerical solution of the dispersion relation for Alfvén waves in the case of an arbitrary twist. In Section 4 we show the conclusions.

## 2. Alfvén Waves in a Cold Current-Carrying Homogeneous Plasma: Small Twist ( $B_\theta/B_z \ll 1$ )

In this part of the paper, we explore the possibility of the existence of discrete Alfvén modes in the solar loop prominences. Therefore, rather than introducing the most complete eigenvalue equation, here we adopt a simple model, yet the essence of the physics can be brought out. We will show that, within the framework of the MHD theory, when a bounded plasma is assumed, there will be discrete modes besides the helical and magnetosonic modes, with the angular frequency  $\omega$  a little below the shear Alfvén frequency. The spectrum of these modes depends on  $\omega/\omega_{ci}$  and the plasma current, as a first order quantity. We take as a model for the solar loop prominences a straight magnetized cylindrical plasma with radius  $a$  and length  $L$  with current density  $J_0$  flowing along its length surrounded by vacuum (corona). Since in prominences  $\omega/\omega_{ci}$  is very small we consider it as negligible, so we can use the MHD theory. We assume two components of the magnetic field; one along the axis of the cylinder,  $B_z$ , and the other in the azimuthal direction,  $B_\theta$ . The latter one is due to the plasma current. The magnetic field lines are then twisted around the cylinder.

In this section we consider that the current density is relatively small (although in absolute value this may be large) so that  $(B_\theta/B_z)^2 \sim \epsilon \ll 1$ , that is, the twist is small, and that the plasma pressure is negligible (very small  $\beta$ ). Thus,  $B_z \cong B_{z0} = \text{constant}$ .

Starting from the Hain and Lüst (1958) equation and assuming the time- and space-dependence of the perturbation quantities as  $f(r) \exp[i(kz + m\theta - \omega t)]$ , in cylindrical coordinates, using the approximation  $\partial/\partial r \approx ik_r$ , known as 'WKB' approximation, and expanding the dispersion relation up to order one in  $\epsilon$ , Shigueoka *et al.* (1990) derived the following dispersion relation:

$$[\omega^2 - \omega_{\text{MSW}}^2][\omega^2 - \omega_{\text{DAW}}^2][\omega^2 - \omega_{\text{HW}}^2] = 0, \quad (1)$$

where

$$\omega_{\text{MSW}}^2 = k_T^2 v_A^2 + s - e, \quad \omega_{\text{DAW}}^2 = k_\parallel^2 v_A^2 + e, \quad \omega_{\text{HW}}^2 = H v_A^2 - s,$$

$$H = m^2/r^2 + k^2 \cong m^2/r^2, \quad B^2 = B_z^2 + B_\theta^2,$$

$$v_A^2 = B^2/\rho, \quad k_T^2 = H + k_r^2, \quad b = B_\theta/r,$$

$$k_\parallel^2 v_A^2 = F^2/\rho = [mb(r) + kB_z]^2/\rho,$$

$$s = 4kbmB_z/[r^2 k_T^2 \rho],$$

$$e = -[4k^2 b^2 - 2k(b'/r)mB_z - Hr(b')^2]/[k_T^2 \rho],$$

and primes indicate the derivative with respect to  $r$ ,  $k_{\parallel}$  is the component of the wave vector parallel to the magnetic field, and  $v_A$  is the Alfvén velocity. The  $r$ -dependence is eliminated by replacing  $r$  by an effective radius  $r_{\text{eff}}$  which is of the order of  $0.1a$  to  $0.2a$ , deduced from the results of the more complete calculation done with the scheme presented in Section 3.

There are three eigenmodes, the first (the first bracket) representing the magnetosonic, the second the discrete Alfvén wave, and the last the helical wave. Taking the current profile as  $J_z(r) = J_0(1 - r^2/a^2)^{\alpha_j}$  and using Ampère's law we obtain  $b(r)$ . Now, where  $R = L/2\pi$ , we can express the discrete Alfvén frequency in terms of the known quantities at  $r = 0$ :

$$\omega_{\text{DAW}}^2 = k_{\parallel}^2 v_{A0}^2 - \left[ nmq_0 \alpha_j (m^2 + r^2 k_r^2) + m^2 \alpha_j \left( 1 + \frac{nq_0}{m} \right) + 2n^2 \left( \frac{a}{R} \right)^2 \right] \frac{2}{(k_T a)^2} \left( \frac{v_{A0}}{q_0 R} \right)^2, \quad (2)$$

where  $(a/q_0 R)^2 \sim (B_{\theta 0}/B_{z0})^2$  represents the twist and  $q_0$  the plasma current and  $\alpha_j$  its shape through the relation

$$I_p = \frac{\pi a^2 J_0}{\alpha_j + 1} = \frac{2\pi a^2}{\alpha_j + 1} \frac{B_0}{q_0 R}.$$

We see from Equation (2) that the eigenfrequency is shifted downward from the shear Alfvén frequency by a quantity of the order of  $\varepsilon$ . The twist term  $(B_{\theta 0}/B_{z0})^2$  in actual solar loop prominences is not necessarily small, which means that we need to do numerical calculations to obtain a more accurate dispersion relation for the discrete Alfvén wave. This is the subject for the next section.

Equation (2) is the main result of this section. We can clearly see from this equation that the field twist due to the plasma current will lower the Alfvén frequency. The frequency mismatch  $\Delta\omega = \omega_{\text{DAW}} - \omega_{A0}$ , where  $\omega_{A0} = k_{\parallel} v_{A0}$ , could be a good quantity to be used to calculate the magnetic shear of the solar loop prominence, and so, the plasma current along with it. In other words, the decrease of  $\omega$  is directly related to the increase of the square of the plasma current (that implies the increase of  $B_{\theta 0}$ ) and the peaking of the current ( $\alpha_j$ ). It means that, if the current flow in the prominence is increasing in time, it might be possible to observe a decrease of  $\omega$  in time. We might say that it is a good proposal to observe the variation of  $\omega$  with time, since it could be a nice way to diagnose the presence of currents in loop prominences and also infer its value. We know of no other paper in the literature which theoretically treats this problem using the discrete Alfvén wave. We have clearly shown that the variation in  $\omega$  is caused by variations in the equilibrium current flow and its shape in the loop prominences.

### 3. Alfvén Waves in a Cold Current-Carrying Non-Homogeneous Plasma: Arbitrary Twist

In this section we present, for the first time in the literature, discrete Alfvén modes with an arbitrary magnetic shear. This is calculated numerically. We assume again that the loop prominences can be modeled by a straight magnetized cylindrical plasma of length  $L$  surrounded by a vacuum region at  $r = a$  (corona). This assumption is justified due to the difference in densities between the prominence and the corona.

We assume that the equilibrium quantities are functions of the radius  $r$  only. We introduce the time and space dependence of the perturbation quantities as  $f(r) \exp\{i[m\theta + kz - \omega t]\}$ , where  $m$  and  $k$  are the azimuthal and axial wave numbers, respectively. The equilibrium field  $\mathbf{B}$  is given by  $B_r(r) = 0$ ,  $B_\theta(r)$ ,  $B_z(r)$ . From the Hain and Lüst (1958) equation we get a second-order differential equation for the radial component of the displacement vector  $\xi$ , in a plasma region ( $0 \leq r \leq a$ ):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dr} \left\{ \frac{(\rho\omega^2 - F^2)}{N} [\rho\omega^2(\gamma p + B^2) - \gamma p F^2] \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r\xi_r) \right\} + \\ + \left\{ \rho\omega^2 - F^2 - 2B_\theta \frac{d}{dr} \left( \frac{B_\theta}{r} \right) - \frac{4k^2}{N} \frac{B_\theta^2}{r^2} (\rho\omega^2 B^2 - \gamma p F^2) + \right. \\ \left. + r \frac{d}{dr} \left[ \frac{2kB_\theta}{Nr^2} \left( \frac{m}{r} B_z - kB_\theta \right) (\rho\omega^2(\gamma p + B^2) - \gamma p F^2) \right] \right\} \xi_r = 0, \quad (3) \end{aligned}$$

where

$$N = \rho^2\omega^4 - \rho\omega^2 H(\gamma p + B^2) + \gamma p H F^2, \quad (4)$$

$$F = \frac{m}{r} B_\theta + kB_z = (\mathbf{k} \cdot \mathbf{B}), \quad (5)$$

$$H = m^2/r^2 + k^2. \quad (6)$$

The other components of  $\xi$ ,  $\xi_\theta$ , and  $\xi_z$  are related to  $\xi_r$ . The quantities  $\gamma$ ,  $p$ , and  $\rho$  are the adiabatic constant, plasma pressure, and mass density, respectively.

In the vacuum region ( $a \leq r < \infty$ ) the first-order perturbation equations for the magnetic field are

$$\nabla \times \mathbf{B}_1 = 0 \quad \text{and} \quad \nabla \cdot \mathbf{B}_1 = 0, \quad (7)$$

where  $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1$ ,  $\mathbf{B}_0$  being the unperturbed magnetic field. Equation (7) has the solution, for the  $r$  component,

$$B_{1r} = C_1 K'_m(kr) \exp(im\theta + ikz - i\omega t), \quad (8)$$

which goes to zero at infinity. Here,  $K'_m(x)$  is the modified Bessel function of order  $m$ , regular at infinity, and  $C_1$  is an arbitrary constant.

We can clearly see from Equation (3) that if we use the low- $\beta$  approximation we

recover the previous result for small twist situations. This equation gives the solution in the loop prominence region  $0 < r < a$ . The eigenfrequency  $\omega$  and the corresponding eigenmode  $\xi_r(r)$ , for a given  $k$  and  $m$ , can be obtained by solving Equation (3) with the

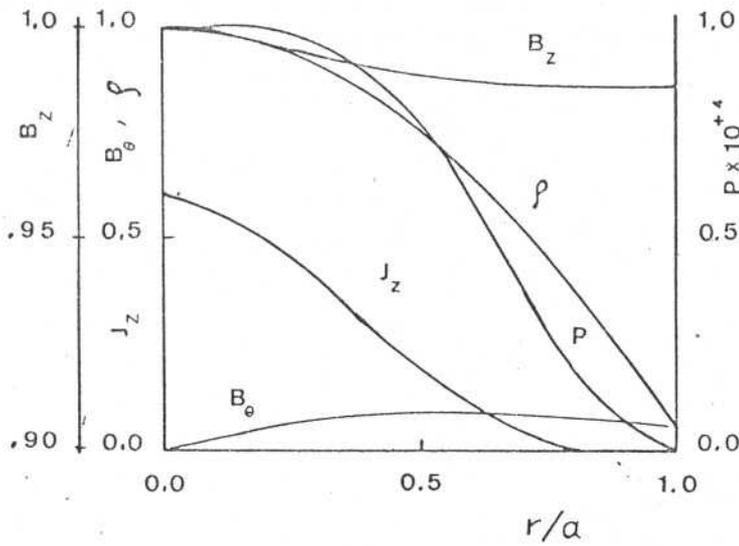


Fig. 1. The equilibrium profiles versus  $r$  for  $\alpha_{j1} = 2$ ,  $\alpha_{j2} = 4$ , and  $j_0 = 0.6$ . The pressure scale is on the right-hand side.

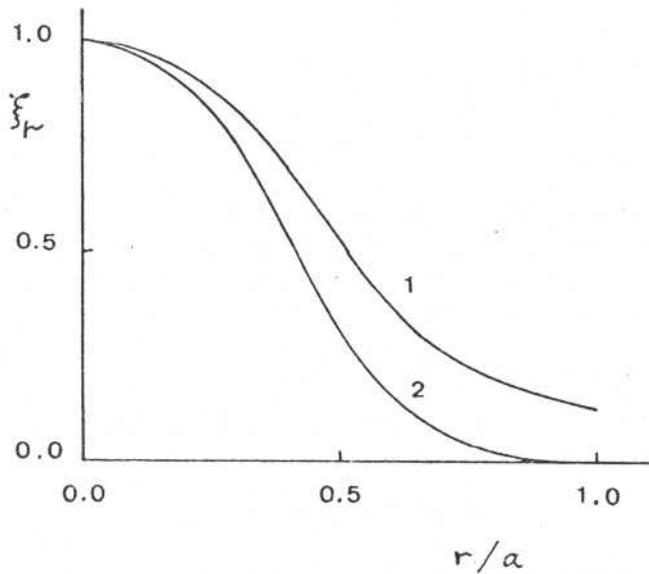


Fig. 2. Radial displacement  $\xi_r$ , for  $j_0 = 0.6$  as a function of radius for the free boundary case (curve 1) and for fixed boundary case (curve 2). The eigenfrequencies  $\omega = 0.715$  and  $0.863$  and  $\xi_r(a) = 0.13$  and  $0.0$  correspond to the free and fixed boundary cases, respectively.

following boundary conditions:

$$B_{1r}(a^+) = iF_{\xi_r}^{\xi}(a^-) \quad (9)$$

and

$$B_{1r}'(a^+) = i(F_{\xi_r}^{\xi}(a^-) + F_{\xi_r}^{\xi'}(a^-)), \quad (10)$$

where ' means  $r$ -derivative, and  $a^+$  and  $a^-$  means approaching  $a$  from above or from below, respectively (Hain and Lüst, 1958). From Equations (8), (9), and (10) we get

$$\frac{F_{\xi_r}^{\xi}(a) + F_{\xi_r}^{\xi'}(a)}{F_{\xi_r}^{\xi}(a)} - \frac{kK_m''(ka)}{K_m'(ka)} = 0. \quad (11)$$

Equation (3) is a second order eigenvalue equation for  $\xi_r$  with  $\rho\omega^2$  as its eigenvalues.

The profiles for  $p$ ,  $B_\theta$ , and  $B_z$  should obey the equilibrium equation for the total

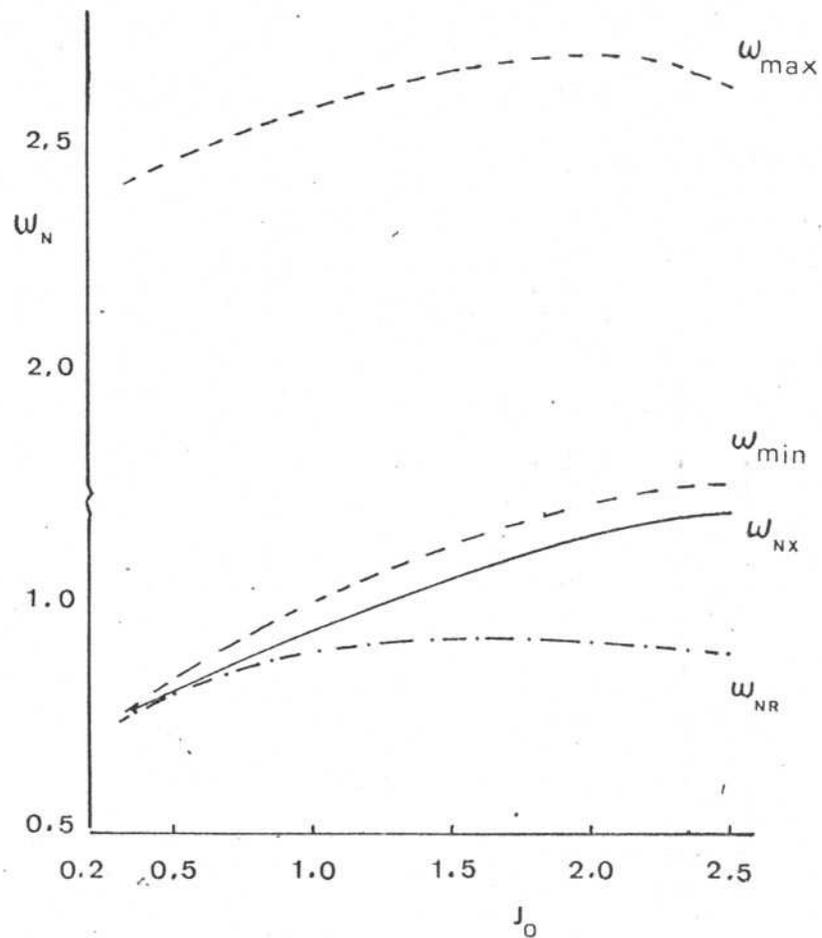


Fig. 3. The Alfvén continuum is delimited between the broken-line curves  $\omega_{\max}$  and  $\omega_{\min}$ . The discrete Alfvén mode for the fixed boundary,  $\omega_{NX}$ , is between the lower boundary of the continuum,  $\omega_{\min}$ , and the discrete Alfvén mode for free boundary,  $\omega_{NR}$ . Note the change in scale on the  $\omega$ -axis.

pressure:

$$\frac{d}{dr} \left( p + \frac{B^2}{2} \right) + \frac{B_0^2}{r} = 0.$$

Two of the three profiles can be chosen arbitrarily. Due to equilibrium considerations (the pressure should be maximum in  $r = 0$ ), we assume the pressure profile as  $p(r) = p_0 \exp(\alpha_{p2} r^2 + \alpha_{p4} r^4)$ , where  $p_0$ ,  $\alpha_{p2}$ , and  $\alpha_{p4}$  are constants. The  $B_\theta$  profile is obtained by solving Ampère's law with a given  $J_z$  profile. For the sake of simplicity, we choose profiles of the equilibrium current as  $J_z = J_0(1 - (r/a)^{\alpha_{j1}})^{\alpha_{j2}}$  and density  $\rho = \rho_0(1 - 0.95(r/a)^2)$ , where  $\alpha_{j1}$  and  $\alpha_{j2}$  are free parameters. In the numerical procedure, Equation (3) is expanded in a power series up to  $O(r^5)$  at  $r \approx 0$ . The shooting method is used to obtain the eigenmode  $\omega$  which satisfies the boundary condition at  $r = a$ . We choose the normalization such that  $B_{z0} = 1$ ,  $\rho_0 = 1$ ,  $\alpha_{p2}/a^2 = -4$ ,  $\alpha_{p4}/a^4 = -6$ , and  $ka = 0.60$ . Also we choose  $m = 1$ ,  $\alpha_{j1} = 2$ ,  $\alpha_{j2} = 4$ , and  $\beta = 2.0 \times 10^{-4}$ , where  $\beta$  is the ratio between the thermal and magnetic pressure.

The numerical results of this study are shown in Figures 1, 2, 3, and 4.

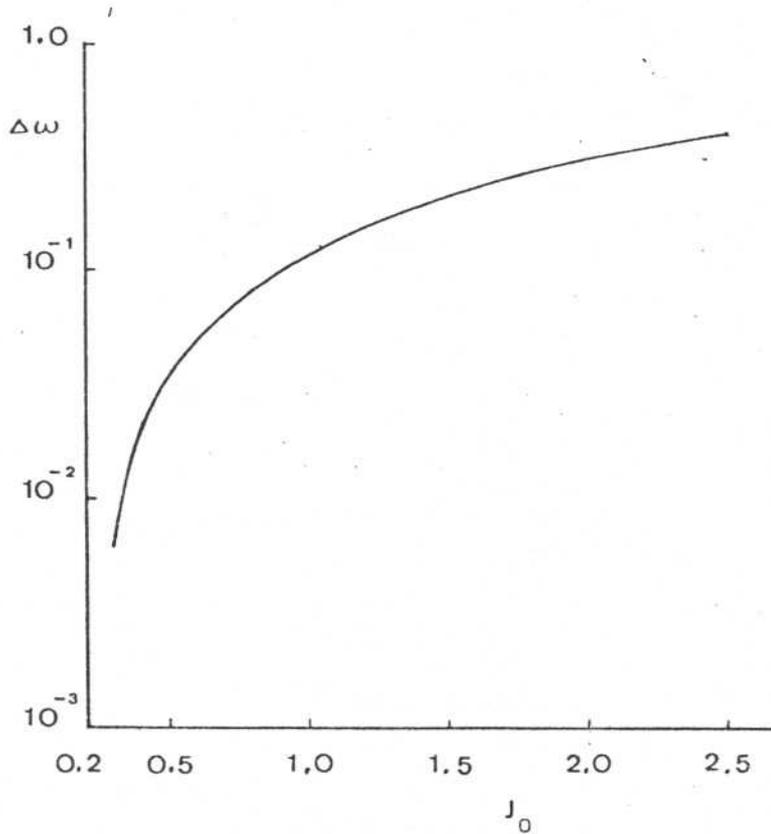


Fig. 4. The frequency mismatch  $\Delta\omega^2 (= \omega_{\text{min}}^2 - \omega_{\text{DAAW}}^2)$  of the discrete Alfvén frequency versus the equilibrium plasma current, where  $\omega_{\text{min}}$  is the lower edge of the Alfvén continuum.

In Figure 1 we show the equilibrium profiles. The eigenmode profiles for two different values of  $J_0$  are displayed in Figure 2. In Figure 3 the corresponding values of frequencies are given in dimensionless form as shown below:

$$\Omega^2 = \omega^2 \frac{\rho_0 a^2 \mu_0}{B_{z0}^2}.$$

This indicates the continuum band, eigenfrequencies for the free-boundary boundary condition (corona as vacuum) and the fixed boundary case (corona as a fixed conducting wall). In Figure 4 the frequency mismatch  $\Delta\omega^2 (= \omega_{\min}^2 - \omega_{DAW}^2)$  versus the equilibrium current  $J_0$  is plotted, where  $\omega_{\min}$  is the lower edge of the Alfvén continuum.

We see from these pictures that, since the prominence should be a rather inhomogeneous plasma, the Alfvén frequency observed in solar prominences must be due to the discrete Alfvén wave propagation. If not, it could not be observed easily since the Alfvén frequency has to be in the continuum spectrum of the shear Alfvén wave which would imply strong absorption due to phase mixing (Chen and Hasegawa, 1974; Appert, Vaclavik, and Villar, 1984). The discrete Alfvén wave does not suffer this problem for it is not immersed in the continuum of the shear Alfvén wave (see Figures 3 and 4). Also we can see that the distance of the discrete eigenfrequency from the lower border of the shear Alfvén continuum gets larger for stronger current (see Figures 3 and 4). Concerning the eigenmode profile we can say that the nature of a global disturbance is more evident if the current is stronger (see Figure 2).

At last, for the case of negative  $m$ -modes, we do not have the discrete mode, for the eigenmodes fall inside the continuum. This fact can be predicted by the approximate formula given by Equation (2).

#### 4. Conclusions

We have shown that the current flow in prominences is responsible for the existence of the discrete Alfvén wave as an eigenmode of that structure. This new mode may explain the natural oscillations of prominences with frequencies which vary with the equilibrium current and lie below the shear Alfvén continuum.

We have also shown that the frequency mismatch between the lower edge of the Alfvén continuum and the discrete Alfvén eigenfrequency increases as the current increases and could be a good quantity to infer the magnetic field twist of solar prominences.

#### Acknowledgements

It is a pleasure to thank Dr K. H. Tsui and Dr J. Hollweg for stimulating discussions and suggestions that made this study more complete. We are thankful to CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento do Pessoal de Ensino Superior, CNPq – Brazilian National Research Council, and FAPESP – Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo for financial support.

## References

- Appert, K. and Vaclavik, J.: 1987, *Low Frequency RF Heating on TCA Using Alfvén Waves*, invited paper presented at the 1987 International Conference on Plasmas Physics, Kiev, April 6–12.
- Appert, K., Vaclavik, J., and Villar, L.: 1984, *Phys. Fluids* **27**, 432.
- Appert, K., Gruber, R., Troyon, F., and Vaclavik, J.: 1982a, *Plasma Phys.* **24**, 1142.
- Appert, K., Gruber, R., Troyon, F., and Vaclavik, J.: 1982b, *AERH – A New Heating Scheme?*, Proceedings of the 3rd Joint Varena, Grenoble International Symposium, EUR 7979EN, Vol. I, p. 203.
- Balthazar, H., Knolker, M., Stellmacher, G., and Wiehr, E.: 1986, *Astron. Astrophys.* **163**, 343.
- Chen, L. and Hasegawa, A.: 1974, *Phys. Fluids* **17**, 399.
- De Chambrier, A., Heym, A., Hofmann, F., Joye, B., Keller, R., Lietti, A., Lister, J. B., Morgan, P. D., Peacock, N. J., and Stamp, M. J.: 1982, *Plasma Phys.* **24**, 893.
- Hain, K. and Lüst, R.: 1958, *Z. Naturforsch.* **13a**, 936.
- Kouthchmy, S., Zhugzhda, Y. D., and Locans, U.: 1983, *Astron. Astrophys.* **120**, 185.
- Ross, W. D., Chen, G. L., and Mahajan, J. M.: 1982, *Phys. Fluids* **25**, 652.
- Shigecoka, H., Sakanaka, P. H., Azevedo, C. A., and Assis, A. S.: 1990, *Discrete Alfvén Waves in Cylindrical Plasma: Arbitrary Beta and Magnetic Twist*, Proceedings of the 17th EPS Conference on Controlled Fusion and Plasma Heating, 25–29 June, 1990, Amsterdam, The Netherlands.
- Tandberg-Hanssen, E.: 1974, *Solar Prominences*, D. Reidel Publ. Co., Dordrecht, Holland.

## Capítulo V.

# AQUECIMENTO DOS ARCOS CORONAIIS POR ONDAS DISCRETAS DE ALFVÉN

### V.1 Introdução

Neste capítulo é proposta a onda discreta de Alfvén como candidata para explicar parcialmente o aquecimento dos arcos coronais, porque estas ondas podem transportar energia ao longo das linhas de campo magnético. Além disto, como as ondas discretas de Alfvén são automodos do plasma coronal, elas não têm problema de reflexão na zona de transição (cromosfera-coroa) como no caso das ondas de Alfvén 'torsionais'. Portanto, não é difícil aceitar sua existência na região coronal. As oscilações globais da cromosfera, que agitam os pés dos arcos coronais, podem ser responsáveis por sua excitação.

Este fato ajuda a discussão de como a energia pode ser transportada do Sol para o plasma coronal pelo processo de aquecimento por onda de Alfvén. A onda discreta de Alfvén é também chamada de onda de Alfvén global num plasma de tokamak e sua propagação perturba a coluna de plasma por inteiro.

As ondas discretas de Alfvén são automodos do plasma cilíndrico ou toroidal, primeiramente descritos por Grad (1973) e mais tarde por Goedbloed (1975). Eles

podem ser descritos por equações de dois fluidos com efeito de frequência íon-ciclotrônica não desprezível ( $\omega/\omega_{ci} \neq 0$ ) ou pelas equações MHD com uma corrente de equilíbrio do plasma. Sua frequência depende da geometria do campo de equilíbrio.

No plasma solar há evidências de oscilações globais, algumas inclusive com frequências coincidentes com as da onda discreta de Alfvén. Estas oscilações podem estar associadas com as ondas discretas de Alfvén.

A taxa de aquecimento dos arcos coronais é calculada para os vários processos possíveis e os resultados são comparados com os valores observados conforme citados por Hollweg (1985).

Mostra-se que as ondas discretas de Alfvén podem suprir, via viscosidade, 30% da razão de aquecimento necessária para manter a temperatura da coroa. Portanto, a onda discreta de Alfvén é uma boa candidata para explicar o aquecimento coronal. Também pode ser dito que desde que a onda discreta de Alfvén é um automodo do plasma MHD que constitui o arco coronal, podendo ele ser excitado por qualquer distúrbio global no arco, por exemplo, a perturbação nos pés do arco causada pelas oscilações globais do Sol. Entretanto este problema de acoplamento antena plasma só é solúvel através de cálculos numéricos. Este caso ainda tem duas possibilidades: a primeira seria a colocação da antena nos pés do arco e a outra no seus extremos.

Neste trabalho são consideradas somente as oscilações internas do plasma nos arcos coronais, estes são modos cujos deslocamentos do plasma,  $(\xi_r)$ , são limitados ao interior da coluna de plasma. Este fato permite usar condições de contorno para fronteira rígida ( $\xi_r(a) = 0$ ) sem incorrer em grande erro. Os automodos externos dos arcos coronais podem também aquecer o plasma. Estes modos são oscilações coronais visíveis que podem ser medidas. Entretanto neste caso nós temos que mudar as condições de contorno de fronteira fixa para fronteira livre, passando a ter uma interface plasma-plasma e uma condição de fronteira livre como foi usada

por Azevedo et al. 1991a.

Calcula-se ainda o fator de qualidade desta onda com relação ao arco coronal, pois não basta calcular a taxa de amortecimento mas também é necessário saber quanto a estrutura em questão é capaz de absorver a cada tempo de trânsito da onda. Este valor em princípio não está próximo do valor considerado ótimo, mas como mostramos no trabalho publicado anexo, este fator tem forte dependência em relação aos parâmetros do arco coronal em questão. Por isto é enfatizado que, para se saber o quanto este modelo é capaz de reproduzir os dados observacionais, será necessário se dispor de um banco de dados completo de forma a suprir os dados de entrada do modelo.

Baseado nisto foi feita uma proposta de experimento de experimento para a observação dos arcos coronais, durante o eclipse 91 mas desafortunadamente, não foi possível a realização do mesmo.

Finalmente mostra-se que é bastante aceitável que determinadas oscilações dos arcos coronais sejam devidas às ondas discretas de Alfvén ao invés das ondas 'torsionais', que sofreriam forte amortecimento devido ao efeito da mistura de fase (conversão de modo); e que, usando este modelo podemos explicar cerca de 30% do aquecimento necessário para manter a temperatura do arco coronal, via viscosidade.

Além da realização de experiências que nos permitam comparar o nosso modelo com as observações realizadas, é evidente que este modelo precisa ser melhorado, passando a levar em conta os efeitos geométricos da curvatura dos arcos, o acoplamento antena-plasma colocada nos pés do arco, ou dentro dela, e a inserção dos efeitos dissipativos de forma auto-consistente nas equações do plasma.

## V.2 Trabalho Publicado II

## CORONAL LOOP HEATING BY DISCRETE ALFVÉN WAVES

C. A. DE AZEVEDO

*Instituto de Física, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, 20550, Rio de Janeiro, RJ, Brazil*

A. S. DE ASSIS

*Instituto de Matemática, Universidade Federal Fluminense, 24024, Niterói, RJ, Brazil*

H. SHIGUEOKA

*Instituto de Física, Universidade Federal Fluminense, 24024, Niterói, RJ, Brazil*

and

P. H. SAKANAKA

*Instituto de Física, Universidade Estadual de Campinas, 13081, Campinas, SP, Brazil*

(Received 11 June, 1990; in revised form 6 June, 1991)

**Abstract.** We have modeled the solar coronal active loop heating by discrete Alfvén waves. Discrete Alfvén waves (DAW) are a new class of Alfvén waves which can be described by the two-fluid model with finite ion-cyclotron frequency, or the MHD model with plasma current along the magnetic field line as shown by Appert, Vaclavik, and Villar (1984). We have modeled the coronal loop as a semi-toroidal plasma with the major toroidal radius much larger than the plasma radius. We have shown that the absorption of discrete Alfvén waves by the plasma through viscosity can account for at least 30% of the coronal heating rate density of  $10^{-4} \text{ J m}^{-3} \text{ s}^{-1}$ .

## 1. Introduction

The mechanism which converts the kinetic energy of the plasma at the solar photosphere and the convection zone into the thermal energy of the corona has been investigated for many decades (e.g., Bowen, 1927; Edlén, 1942; Alfvén, 1947; Hollweg, 1985). However, no completely convincing coronal heating theory has yet arisen (e.g., Gordon and Hollweg, 1983; Wentzel, 1979; Chiuderi, 1980; Ionson, 1978; de Assis and Busnardo-Neto, 1987; de Assis and Tsui, 1991). MHD surface waves have been considered as one of the best candidates for coronal heating. These waves can propagate energy along the magnetic field, and, in this respect, they are similar to the WKB MHD sheared Alfvén wave mode ( $\omega = k_{\parallel} v_A$ ) which is widely investigated as the mechanism for coronal heating (e.g., Gordon and Hollweg, 1983). Hollweg (1982, 1985) has pointed out that the surface waves can be dissipated by viscosity, heat conduction, radiation or by Cherenkov damping (Landau damping and/or transit-time magnetic pumping) in a collisionless plasma. However, none of these mechanisms alone can account for the total coronal heating (Hollweg, 1987; Gordon and Hollweg, 1983; Steinolfson *et al.*, 1986; de Assis and Busnardo-Neto, 1987; de Assis and Tsui, 1991).

In this paper we propose discrete Alfvén waves (De Azevedo *et al.*, 1991b) as a candidate for the coronal loop heating via viscosity because these waves can also transport energy almost along the magnetic field lines. Furthermore, since discrete

Alfvén waves are the natural modes (eigenmodes) of coronal plasma, they do not have the problem of reflection at the transition zone (chromosphere-corona) as in the case of the sheared Alfvén wave that is considered a WKB wave propagating through the loop. Therefore, it should not be difficult to accept its existence in the coronal region. The global chromospheric oscillations which shake the feet of the coronal loops could be responsible for its excitation. This fact helps the discussion of how the energy can be transported from the Sun to the plasma by the coronal Alfvén wave heating scheme. The discrete Alfvén wave is also called a Global Alfvén wave in a tokamak fusion device plasma since its propagation disturbs the entire plasma column.

The discrete Alfvén waves are eigenmodes, in a cylindrical or toroidal plasma, first reported by Grad (1973) and Goedbloed (1975). They can be described by two-fluid equations with non-negligible finite ion-cyclotron frequency effect ( $\omega/\omega_{ci} \neq 0$ ) or by the MHD equations with equilibrium plasma current (Appert and Vaclavik, 1987). The wave frequency depends on the equilibrium magnetic field geometry. Experimental (De Chambrier *et al.*, 1982) and numerical (Ross, Chen, and Mahajan, 1982) results in tokamak plasmas show the evidence of resonance peaks at frequencies just below the Alfvén continuum which are identified as discrete Alfvén waves (Appert *et al.*, 1982).

In the solar plasma the evidence of global oscillations is reported by Koutchmy, Zhugzdha, and Locans (1983). These oscillations might be associated with discrete Alfvén waves. The MKSA system of units is used throughout this paper, except that for simplicity we make  $\mu_0 = 1$ . When we need to calculate physical quantities we divide  $B^2$  by the correct  $\mu_0$ .

## 2. Dispersion Relation for the Discrete Alfvén Wave

Discrete Alfvén waves appear in the magnetohydrodynamic spectrum of diffuse linear pinches. On its stable side, the spectrum of ideal magnetohydrodynamics for cylindrical plasma systems with diffuse profiles has two continua, generally known as *slow wave* and *Alfvén wave* continua (Goedbloed, 1975). This arises as a result of the spread of two singularities, due to the diffuse profile, in the eigenvalue differential equation. Besides these continua there are two regions where the coefficient of the second-order term in the differential equation presents a pole. These are known as non-Sturmian regions. In between these four regions (two continua and two non-Sturmian), when they do not overlap, there are discrete eigenvalues (Goedbloed, 1975). These discrete modes accumulate toward a continuum as the radial mode number increases. In this paper we consider only the Sturmian modes, that is the modes with eigenfrequencies which increase when the radial harmonic wave number increases.

We model the coronal loop as a semi-toroidal magnetized plasma loop with the major toroidal radius  $R (= L/\pi)$ , where  $L$  is the length of the loop, much larger than the minor toroidal radius  $a$  and a current flowing along the torus, just as in tokamaks. Since in this paper we are only interested in internal discrete modes, we can use fixed boundary conditions, that is, plasma surrounded by a rigid ideally conducting wall. We further simplify the model by assuming that the waves which propagate on this semi-toroidal

plasma loop can be studied by considering it as a straight plasma cylinder, which is justified since the loop radius is much larger than the plasma radius. We use MHD equations and the plasma current as the driver mechanism of the discrete Alfvén waves (Appert, Vaclavik, and Villard, 1984). Cylindrical coordinates  $r, \theta, z$  are used.

From the first-order perturbation of the MHD equations we obtain a second-order differential equation in  $\xi_r$ ,  $r$ -component of the plasma displacement, by taking all perturbed quantities varying as  $f(r) \exp(-i\omega t + ikz + im\theta)$  (Hain and Lüst, 1958),

$$\frac{d}{dr} \left[ f(r) \frac{d}{dr} (r\xi_r) \right] + g(r) (r\xi_r) = 0, \quad (1)$$

where

$$\begin{aligned} f(r) &= \frac{N}{rD}, \\ N &= (\rho\omega^2 - F^2)q_B, \quad D = \rho^2\omega^4 - Hq_B, \\ rg &= \left( \rho\omega^2 - F^2 \right) - r \frac{d}{dr} \left( \frac{B_\theta}{r} \right)^2 - \frac{4k_z^2}{D} \left( \frac{B_\theta}{r} \right)^2 \left( q_B - \rho\omega^2\gamma p \right) \\ &\quad + r \frac{d}{dr} \left[ \frac{2k_z B_\theta}{Dr^2} Gq_B \right], \\ q_B &= \rho\omega^2(\gamma p + B^2) - \gamma p F^2, \quad H = \frac{m^2}{r^2} + k_z^2, \\ G &= \frac{m}{r} B_z - kB_\theta, \end{aligned}$$

Note that Equation (1) is not normal for  $f(r) = 0$  ( $N = 0$ ) and singular for  $f(r) = \infty$  ( $D = 0$ ). The quantities  $\gamma, p$ , and  $\rho$  are the adiabatic constant, plasma pressure, and mass density, respectively. The equilibrium field  $\mathbf{B}$  is given by  $B_r = 0, B_\theta, B_z$ . The quantities  $m$  and  $k$  are the azimuthal and axial wave numbers, respectively.

The equation  $\rho\omega^2 - F^2 = 0$  which can be obtained from the non-normality condition of Equation (1) defines the Alfvén continuum, and also  $\rho\omega^2(\gamma p + B^2) - \gamma p F^2 = 0$  defines the slow wave continuum. The normalized eigenfrequency  $\omega_N$  and the corresponding eigenmode  $\xi_r$ , for a given  $k = n/R$  and  $m$ , can be obtained by solving Equation (1) with the following boundary conditions:  $r\xi_r = 0$  at  $r = 0$  and  $r = a$ ,  $n$  is the toroidal harmonic number.

The profiles for  $p, B_z$ , and  $B_\theta$  obey the equilibrium equation for the total pressure

$$\frac{d}{dr} \left( p + \frac{B^2}{2} \right) + \frac{B_\theta^2}{r} = 0, \quad (2)$$

where  $B^2 = B_z^2 + B_\theta^2$ . Two of the three profiles can be chosen arbitrarily. For the coronal loop we assume that the pressure profile is given as  $p(r) = p_{0,N}(1 - 0.75(r/a_N)^2)$ , because the temperature is practically constant (Priest, 1980), where  $p_{0,N}$  is constant. The  $B_\theta$  profile is obtained by solving Ampère's law with a given  $J_z$  profile. For the sake of simplicity, we choose the profile of the equilibrium current as  $J_z(r) = J_{0,N}\{1 - (r/a_N)^{\alpha_1}\}^{\alpha_2}$  and density profile  $\rho(r) = \rho_{0,N}\{1 - 0.75(r/a_N)^2\}$ , noting that an accepted factor for the difference between the density inside and outside the loop is of the order of 4 (Priest, 1980). The constants  $\alpha_1$  and  $\alpha_2$  are free parameters and the constant  $J_{0,N}$  must satisfy factor at the axis,  $q(0)$ , is greater than 1. The shooting method is used to obtain the eigenvalue  $\omega_N$  related to the eigenfunction  $\xi_r$ , which satisfies the boundary condition at  $r = 0$  and  $a$ . With this numerical method we can solve Equation (1) for any values of  $\beta$  and current (magnetic twist  $B_\theta/B_z$ ) (De Azevedo *et al.*, 1991a). We choose the normalized quantities, subscripted by  $N$ , such that,  $B_{z,N} \equiv B_z(0) = 1$ ,  $\rho_{0,N} = 1$ ,  $\alpha_{p2} = -4/a_N^2$ ,  $\alpha_{p4} = -6/a_N^4$ , and  $a_N = 1$ . Also we choose  $m = 1$ ,  $\alpha_{j1} = 2$ ,  $\alpha_{j2} = 4$ ,  $k = n/R_N$  with  $n = 2$ ,  $R_N = 100/\pi$ ,  $q_0 = 2/\pi$ , and  $\beta = 0.5 \times 10^{-2}$ , where  $\beta$  is the thermal and magnetic pressure ratio. Using all these parameters we obtain the normalized discrete eigenfrequencies,  $\omega_N \approx 0.07$ , substituting the standard values for coronal active loops (see Hollweg, 1985; De Assis and Tsui, 1991) we obtain  $\omega = 14.0 \times 10^{-3} \text{ rad s}^{-1}$  ( $f = 2.2 \text{ mHz}$ ). This value is well inside the well-known typical coronal loop range of Alfvén eigenfrequencies of  $f = (2.0 - 25.0) \text{ mHz}$ ,  $T \approx (500 - 40) \text{ s}$ , reported by Koutchmy, Zhugzdha, and Locans (1983). We consider this value a good one because this frequency is less than the one of the sheared Alfvén wave ( $\omega = v_A/L = 20 \times 10^{-3} \text{ rad s}^{-1}$ ) according with the discrete Alfvén wave theory (de Azevedo *et al.*, 1991a).

### 3. Coronal Loop Heating

In this section, the coronal loop heating density rate is calculated for various possible processes and the results are compared with the observed value reported by Hollweg (1985), which is  $10^{-4} \text{ J m}^{-3} \text{ s}^{-1}$ . For the discrete Alfvén wave the energy density is given by (de Assis, 1988):

$$U_k = \frac{\epsilon_0}{2} \left( \frac{c}{V_A} \right)^2 |\delta E_r|^2, \quad (3)$$

and the power dissipation density rate in a steady-state situation ( $\partial U_k / \partial t = 0$ ) is given by (see Tsui and de Assis, 1989)

$$P_k = 2J_m[\omega_k] U_k, \quad (4)$$

where  $J_m[\omega_k]$  is the damping rate for the discrete Alfvén wave due to any collisionless mechanism (see de Assis and Busnardo-Neto, 1987).

The damping coefficients (collisional and collisionless) for various possible dissipation processes: Joule, magnetic field diffusion, two ion species friction, cyclotron, and

Cherenkov effects are small since  $\omega \ll \omega_{ci}$  and  $v_A \gg v_S$ . Because of large  $k_\perp$  the viscous damping is, by far, the largest of all dissipation rates.

The damping rate by viscosity is given by

$$\frac{I_m[\omega_k]}{\omega_k} \Big|_{\text{ions}} = \frac{\eta_1 k_\perp^2 + \eta_2 k_\parallel^2}{2\rho\omega}, \quad (5)$$

where  $\eta_1^i = 3n_i k_B T_i / 10 \omega_{ci}^2 \tau_i$  and  $\eta_2^i = 4\eta_1^i$ , where  $n_i$ ,  $T_i$ ,  $\omega_{ci}$ , and  $\tau_i$  are ion density, temperature, cyclotron frequency, and collision time, respectively (Braginskii, 1965).

It should be mentioned that for sheared Alfvén waves ( $\omega = k_\parallel v_A$ ) we can use  $k_\perp = 0$ , and  $k_\parallel$  is very small, therefore,

$$\frac{I_m(\omega)^V}{\omega} \approx \frac{\eta_2 k_\parallel^2}{2\rho} \ll 1$$

since  $\omega_{ci} \tau_i \gg 1$  and  $\omega/\omega_{ci} < 1$ . This result is very well known in coronal heating physics (Ionson, 1978). It means that the viscosity is not an efficient way to dissipate energy of the sheared Alfvén wave. However, it is  $k_\perp \neq 0$  and  $k_\perp \gg k_\parallel$  for discrete Alfvén waves, therefore,

$$\frac{I_m(\omega)^V}{\omega} \Big|_{\text{discrete}} \gg \frac{I_m(\omega)^V}{\omega} \Big|_{\text{sheared}}, \quad (6)$$

and the viscosity might well be a good mechanism for coronal heating using the discrete Alfvén waves. However, for a conclusive answer to this problem it is necessary to carry out a more careful numerical calculation for the MHD equations with viscosity included self-consistently.

To obtain a numerical value for  $P_k$ , we use the standard active coronal loop parameters such as (see Hollweg, 1985; de Assis and Tsui, 1991) equilibrium magnetic field =  $5.0 \times 10^{-3}$  T, density =  $3 \times 10^{-12}$  kg m $^{-3}$ , temperature =  $2.5 \times 10^6$  K, coronal loop length =  $10^8$  m, coronal loop radius =  $0.5 \times 10^7$  m, Alfvén velocity =  $2 \times 10^6$  m s $^{-1}$ , the observational value of  $\delta v_{x,r.m.s.} \cong 30$  km s $^{-1}$ . We assume here  $|\delta v_x| \cong |\delta v_y|$  and  $\delta v_z \approx$  small, and the value of the angular frequency calculated in the last section  $\omega \cong 14.0 \times 10^{-3}$  rad s $^{-1}$ . Using these values we obtain a first estimation for the wave damping and the quality factor due to viscosity

$$\frac{1}{2} Q^{-1} = \frac{I_m(\omega)^V}{\omega} \Big|_{\text{ions}} \cong 2.42 \times 10^{-1}. \quad (7)$$

Assuming that  $\delta v_{r.m.s.} = 30$  km s $^{-1}$  (Hollweg, 1985), where  $\delta v_{r.m.s.}$  is related to the wave magnetic field by the expression

$$\delta v_{r.m.s.} = \frac{\delta B}{\sqrt{\rho}},$$

where (using Maxwell's equations)

$$\delta B = \frac{k_{\parallel} c}{\omega} \delta E_x$$

and also using Equation (3) we obtain the spectral energy density  $U_k = 4.4 \times 10^{-3} \text{ J m}^{-3}$ .

The heating rate density (4) is then, using Equations (3) and (7) and  $\omega = 14.0 \times 10^{-3} \text{ rad s}^{-1}$ , is given by

$$P_k = 2I_m(\omega)^2 U_k = 3.0 \times 10^{-5} \text{ J m}^{-3} \text{ s}^{-1}. \quad (8)$$

We emphasize that we have obtained this value for  $P_k$  using the most acceptable average numbers in the literature for the active loop parameters, and we are aware that more precise coronal measurements should be done, such as to measure all the target plasma parameters simultaneously for one coronal active loop, and we hope this can be done in the 1991 total solar eclipse.

Comparing this value with the power density needed to keep the coronal plasma hot, given by  $10^{-4} \text{ J m}^{-3} \text{ s}^{-1}$ , we conclude that the viscosity can be responsible for at least 30% of the required coronal energy density rate. The quality factor,  $Q$ , for this wave, due to viscosity damping, scales as

$$Q^2 \approx \frac{TB^6}{n^3} \frac{a^2}{L^3}. \quad (9)$$

This dependence on the loop parameters shows clearly that the value obtained for  $Q$  will depend strongly on the particular loop under observation, therefore the  $Q \approx 2$ , value that we have estimated here means that for the particular active loop we have chosen, the discrete Alfvén wave would not be a good candidate to heat that loop via viscosity, since it cannot even propagate as an eigenmode in that structure. However, we cannot conclude from this result that the discrete Alfvén wave should be disregarded as a candidate for coronal heating since the optimum  $Q \cong 40$  given by Hollweg (1985) might well be fitted by this wave in some special plasma loop combination of magnetic field, temperature, density, length, and radius as is shown by the discrete Alfvén wave quality factor scaling shown in Equation (9).

#### 4. Conclusions

We have shown that a discrete Alfvén wave can power, via viscosity, 30% of the heating density rate needed to maintain the coronal temperature. Since a discrete Alfvén wave is an eigenmode of the current-carrying coronal loop structure, it is expected that it does not strongly suffer from the problem of reflections due to density variations as in the case of the WKB MHD sheared Alfvén waves. It should also be said that since the discrete Alfvén wave is an eigenmode of the coronal loop MHD plasma it can be excited by any global disturbance in the loop legs such as the global solar surface oscillations.

However, further numerical calculations for the coupled antenna-plasma problems is necessary, where the antenna is placed in the loop legs or in the loop side.

In this paper we are considering only internal oscillations of the coronal loop plasma, that is, modes in which the displacement of plasma,  $\xi_r$ , is limited to the inside of the plasma. This fact permits us to use boundary conditions without incurring much error. External eigenmodes of the coronal loop structure can also heat the plasma and generate coronal oscillations. However, in this case we have to be more careful with the boundary conditions, since we have now an interface plasma-plasma, and free boundary conditions should be used (de Azevedo *et al.*, 1991b).

#### Acknowledgements

It is a pleasure to thank Dr K. H. Tsui and Dr J. Hollweg for stimulating discussions and suggestions that made this study more complete. This work was partially supported by Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal do Ensino Superior (CAPES), Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro (FAPERJ), Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) and Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

#### References

- Alfvén, H.: 1947, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **107**, 211.  
 Appert, K. and Vaclavik, J.: 1987, *International Conference on Plasma Physics*, Kiev, U.R.S.S.  
 Appert, K., Vaclavik, J., and Villard, L.: 1984, *Plasma Phys.* **27**, 432.  
 Appert, K., Gruber, R., Troyon, F., and Vaclavik, J.: 1982, *Plasma Phys.* **24**, 1142.  
 Bowen, I. S.: 1927, *Astrophys. J.* **67**, 1.  
 Braginskii, S. I.: 19656, *Rev. Plasma Phys.* **1**, 205.  
 Chiuderi, C.: 1980, in Patrick A. Wayman (ed.), 'Highlights in Astronomy', *IAU Symp.* **5**, 335.  
 De Assis, A. S.: 1988, Ph.D. Thesis, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brazil.  
 De Assis, A. S. and Busnardo-Neto, J.: 1987, *Astrophys. J.* **323**, 399.  
 De Assis, A. S. and Tsui, K. H.: 1991, *Astrophys. J.* **366**, 324.  
 De Azevedo, C. A., de Assis, A. S., Shigueoka, H., and Sakanaka, P. H.: 1991a, *Solar Phys.* **131**, 119.  
 De Azevedo, C. A., de Assis, A. S., Shigueoka, H., and Sakanaka, P. H.: 1991b, *Heidelberg Conference*. Springer-Verlag, Berlin, p. 492.  
 De Chambrier, A. *et al.*: 1982, *Plasma Phys.* **24**, 893.  
 Edlen, B.: 1942, *Z. Astrophys.* **22**, 30.  
 Goedbloed, J. P.: 1975, *Phys. Fluids* **18**, 1258.  
 Gordon, B. E. and Hollweg, J. V.: 1983, *Astrophys. J.* **266**, 373.  
 Grad, H.: 1973, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **70**, 3277.  
 Hain, K. and Lüst, R.: 1958, *Z. Naturforsch.* **13a**, 936.  
 Hollweg, J. V.: 1982, *J. Geophys. Res.* **87**, 8065.  
 Hollweg, J. V.: 1985, in B. Buti (ed.), *Advances in Space Plasma Physics*, World Scientific, Singapore, p. 77.  
 Hollweg, J. V.: 1987, *Astrophys. J.* **320**, 875.  
 Ionson, J. A.: 1978, *Astrophys. J.* **226**, 650.  
 Koutchmy, S., Zhugzhda, Y. D., and Locans, V.: 1983, *Astron. Astrophys.* **120**, 185.  
 Priest, E. R.: 1980, *Solar Magnetohydrodynamics*, D. Reidel Publ. Co., Dordrecht, Holland.  
 Ross, W. D., Chen, G. L., and Mahajan, J. M.: 1982, *Phys. Fluids* **25**, 652.  
 Steinolfson, R. S., Priest, E. R., Poedts, S., Nocera, L., and Goossens, M.: 1986, *Astrophys. J.* **304**, 526.  
 Tsui, K. H. and de Assis, A. S.: 1989, *XXXX* **1**, 323.  
 Wentzel, D. G.: 1979, *Astrophys. J.* **227**, 319.

# Capítulo VI

## CONCLUSÕES

Foi estudado o espectro das autofrequências, de uma coluna de plasma cilíndrica, não homogênea, portando corrente arbitrária, em intensidade e em perfil, e com  $\beta$  também arbitrário. Este estudo foi feito através da solução numérica da equação de Hain-Lüst. Para tal foi desenvolvido um código numérico usando 'shooting method'. Desta forma foram obtidos valores para as autofrequências dos modos discretos e os limites dos contínuos e dos separadores matemáticos, podendo-se assim construir o espectro MHD para a configuração de plasma descrita acima. O estudo foi realizado limitando-se ao espectro discreto de Alfvén (parte Sturmiana) e ao contínuo de Alfvén (vide figura III.1).

Foram modelados as oscilações das proeminências e o aquecimento dos arcos coronais com os modos discretos de Alfvén (capítulos IV e V). Na oscilação das proeminências arciformes (capítulo IV) foi mostrado que as oscilações observadas podem ser explicadas pelas ondas discretas de Alfvén. A vantagem deste modelo é que a equação MHD, linearizada, é resolvida sem aproximações, sendo válida para valores arbitrários de corrente e de  $\beta$ , constituindo um avanço no conhecimento, pois antes só se tratava dos casos limites onde a corrente e  $\beta$  eram pequenos. Neste modelo a frequência de oscilação depende da corrente que flui ao longo da proeminência. Isto permite estabelecer uma relação entre a variação da corrente e a variação da frequência de oscilação. E assim se se dispuser de medidas da

componente  $B_\theta$  do campo magnético podemos estabelecer o perfil da corrente na proeminência. Observa-se que as frequências de oscilação dos modos discretos estão muito próximas do limite inferior do contínuo de Alfvén torcional ('shear') podendo parecer que não há diferença entre os modos discretos e o Alfvén torcional; considerando a onda 'shear'; a grande diferença, porém, é conceitual pois a onda torcional está dentro do contínuo e sofre grande amortecimento por mistura de fase não podendo portanto responder pela oscilação da proeminência.

No aquecimento coronal (capítulo V) foi obtido um resultado que pode explicar uma taxa de aquecimento que equivale a 30% do necessário para manter a temperatura do arco coronal. Tal aquecimento se deve ao amortecimento da onda discreta de Alfvén, via viscosidade, que normalmente tem forte efeito para ondas que têm  $k_\perp \neq 0$ , como a onda discreta cinética de Alfvén. Isto é um bom indício para que se introduza o efeito de viscosidade de forma autoconsistente nas equações MHD, apesar da complexidade que esta introdução traz.

A análise de escala do fator de qualidade do arco coronal para esta onda mostra sua forte dependência da geometria do arco, sugerindo a realização de experimentos específicos para se testar o modelo, de forma a se dispor de diversos conjuntos de medidas que incluam todos os parâmetros necessários para a utilização autoconsistente do modelo, não se precisando recorrer ao uso de valores médios para uma ou outra grandeza para a qual não se disponha de medidas.

A onda discreta de Alfvén mostrou-se eficaz na modelagem de estruturas que suportem simultaneamente aquecimento e oscilação, e que possam ser aproximadas por uma coluna cilíndrica de plasma não homogêneo portando corrente. É evidente a vantagem deste modelo sobre outros, onde estes efeitos são mutuamente exclusivos, uma vez que nas observações os efeitos são concomitantes.

Tais propriedades sugerem seu uso para o estudo do aquecimento e oscilação dos espículos solares, caudas cometárias, jatos extragaláticos e magnetoferas planetárias. Como a autofrequência depende da corrente, a variação da autofre-

quência pode ser usada para diagnosticar a variação da corrente nestas estruturas.

Este estudo pode ser estendido para todas as outras partes do espectro MHD, possibilitando a verificação de modos discretos estarem imersos em um dos contínuos, sofrendo uma conversão de modo e explicando o aparecimento de outras ondas e o aquecimento do plasma.

Outro efeito importante para ser incluído na descrição dos modelos é a velocidade de fluxo diferente de zero ( $V_0 \neq 0$ ), experimentos em laboratórios e observações de colunas de plasma que portam fluxo de matéria; entretanto, ainda não foi feita uma análise espectral das ondas MHD levando em conta este efeito. Tal trabalho começaria por considerar este efeito ( $V_0 \neq 0$ ) nas equações MHD, chegando a uma equação do tipo Hain-Lüst e possibilitando a obtenção, via método numérico, do espectro das ondas MHD.

Na sequência imediata deste trabalho, visando melhorar a modelagem das estruturas arciformes, pode-se desenvolver um modelo para uma coluna de plasma não homogêneo toroidal e/ou dipolar de forma a se dispor do espectro de ondas MHD deste tipo de estrutura.

Outra sugestão para futuros trabalhos é a análise do espectro de ondas MHD para um plasma esférico magnetizado. Modelo este que poderá ser bastante útil para o estudo de estrelas magnéticas, bastando para tal estabelecer a equação análoga à de Hain-Lüst para um plasma esférico magnetizado e resolver seus autômodos.

Todos os Interessados em Publicações do  
Observatório Nacional. Devem dirigir-se à

CNPq - ON  
Biblioteca  
r. Gal. José Cristino, 77 - CP. 23002  
20921 - São Cristovão, RJ  
BRASIL  
Telf. 5807313 - r/285